



बीपीसीसी 104

इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय

मनोवैज्ञानिक शोध के लिए

सांख्यिकी विधि - I

सामाजिक विज्ञान विद्यापीठ

इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय

विशेषज्ञ समिति

प्रो. डी गोपाल
पूर्व निदेशक, समाज विज्ञान विद्यापीठ,
इग्नू, नई दिल्ली

प्रो. एस. पी. के. जेना
मनोविज्ञान विभाग,
दिल्ली विश्वविद्यालय, दिल्ली

डॉ. मोनिका मिश्रा
सहायक प्रोफेसर, मनोविज्ञान संकाय,
सामाजिक विज्ञान विद्यापीठ, इग्नू, नई
दिल्ली

प्रो. विमला वीरराघवन
पूर्व एमेरिटस प्रोफेसर, मनोविज्ञान
संकाय, इग्नू, नई दिल्ली

डॉ. अनीता कांत
एसोसिएट प्रोफेसर मनोविज्ञान विभाग,
विवेकानंद महिला कॉलेज,
विवेक विहार, नई दिल्ली

डॉ. स्मिता गुप्ता
सहायक प्रोफेसर, मनोविज्ञान संकाय,
सामाजिक विज्ञान विद्यापीठ,
इग्नू, नई दिल्ली

प्रो. पी. एच. लोधी
प्रोफेसर (सेवानिवृत्त), मनोविज्ञान विभाग,
पुणे विश्वविद्यालय, पुणे

प्रो. स्वाती पात्रा
प्रोफेसर, मनोविज्ञान संकाय, सामाजिक
विज्ञान विद्यापीठ, इग्नू, नई दिल्ली

प्रो. सुहास शेटगोवेकर (संयोजक)
प्रोफेसर, मनोविज्ञान संकाय,
सामाजिक विज्ञान विद्यापीठ
इग्नू, नई दिल्ली

प्रो. न्यूमैन फर्नांडिस
मनोविज्ञान के स्नातकोत्तर विभाग के
प्रमुख, शियाट्स- डी यू
नैनी इलाहाबाद, उत्तर प्रदेश

पाठ्यक्रम निर्माण समिति

खंड/इकाई	खंड	इकाई लेखक
खंड 1	प्रस्तावना	
इकाई 1	सांख्यिकी का परिचय	प्रो. सुहास शेटगोवेकर
इकाई 2	आँकड़ों का संगठन और रेखाआकृतिय प्रदर्शन	डॉ. विजय विरगस (संपादक डॉ. आरती सिंह)
खंड 2	केंद्रिय प्रवृत्ति तथा परिवर्तनशीलता के माप	
इकाई 3	केंद्रिय प्रवृत्ति के मापों का परिचयात्मक अध्ययन	प्रो. सुहास शेटगोवेकर
इकाई 4	परिवर्तनशीलता के मापों का परिचयात्मक अध्ययन	प्रो. उषाकुलश्रेष्ठ, ग – डॉ. मोनिका मिश्रा
इकाई 5	परिवर्तनशीलता के मापों की गणना	प्रो. उषाकुलश्रेष्ठ, रूपांतरण – डॉ. मोनिका मिश्रा
खंड 3	सहसंबंध	
इकाई 6	सहसंबंध- परिचय	प्रो. सुहास शेटगोवेकर
इकाई 7	सहसंबंध के गुणांक की गणना	प्रो. सुहास शेटगोवेकर
खंड 4	प्रसामान्य संभाव्यता वितरण	
इकाई 8	प्रसामान्य संभाव्यता वितरण	डॉ. स्मिता गुप्ता

पाठ्यक्रम समन्वयक

प्रो. सुहास शेटगोवेकर,
मनोविज्ञान संकाय, सामाजिक विज्ञान विद्यापीठ, इग्नू

प्रधान संपादक

प्रो. सुहास शेटगोवेकर और डॉ. मोनिका मिश्रा,
मनोविज्ञान संकाय, सामाजिक विज्ञान विद्यापीठ, इग्नू

अनुवाद

इकाई 1 से 3: श्री राजेंद्र पण्डे,
इकाई 4: शैला मेहता,
इकाई 5: डॉ. ताप्ती रॉय यादव
इकाई 6 से 8: डॉ. मोहसिन उद्दीन

वेटिंग

इकाई 1 से 4: डॉ. मोहसिन उद्दीन,
इकाई 5: प्रो. सुहास शेटगोवेकर,
इकाई 6 से 8: डॉ. ताप्ती रॉय यादव

आवरण पृष्ठ: अरविंदर चावला

आभार

हम आभारी हैं कु. शिवानी अरोरा तथा कु. कोमल बेरी, पी. एच. डी (जुलाई 2018), मनोविज्ञान संकाय, जिन्होंने अभ्यास पुस्तिका को तैयार करने तथा पाठ्यक्रम के संपादन में योगदान किया है।

सामग्री निर्माण

सुरेश कुमार

कनिष्ठ सहायक (टंकण) सामाजिक विज्ञान विद्यापीठ, इग्नू

आवरण

आकृति

अगस्त, 2020

© इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय, 2020

ISBN:

सर्वाधिकार सुरक्षित, इस कार्य का कोई भी अंश किसी भी रूप में पुनः प्रकाशित नहीं किया जा सकता, अनुलिपिक या किसी अन्य साधन द्वारा।

इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय के बिना किसी लिखित आदेश के पुनः इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय के पाठ्यक्रम की सूचना वि. विद्यालय के मैदान गढ़ी कार्यालय, नई दिल्ली – 110068 के द्वारा प्राप्त की जा सकती है अथवा वि. विद्यालय की वेबसाइट <http://www.ignou.ac.in> देखें

इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय नई दिल्ली की ओर से निदेशित सामाजिक विज्ञान विद्यापीठ द्वारा मुद्रित एवं प्रकाशित।

लेजर टाइप सेटिंग :

मुद्रित :

पृष्ठ सज्जा

ignou
THE PEOPLE'S
UNIVERSITY

बीपीसीसी 104: मनोवैज्ञानिक शोध के लिए सांख्यिकी विधि –I: अध्ययन का आरंभ कैसे करे

मनोवैज्ञानिक शोध के लिए सांख्यिकी विधि-I (BPCC 104), यह पाठ्यक्रम मुख्य (कोर) पाठ्यक्रम के अंतर्गत कला शाखा के द्वितीय सत्र (छमाही) के मनोविज्ञान (ऑनर्स प्रोग्राम) विषय में इग्नू के अंतर्गत स्नातक के विद्यार्थियों के लिए तैयार किया गया है। कुल मिलाकर यह पाठ्यक्रम 6 क्रेडिट का बनाया गया है। जो थ्योरी (4 क्रेडिट) और ट्यूटोरियल (2 क्रेडिट) में विभाजित किया गया है। प्रस्तुत पाठ्यक्रम का प्रमुख उद्देश्य छात्रों को मनोवैज्ञानिक शोध तथा सांख्यिकी विधियों के बुनियादी तत्वों से परिचित कराना तथा मनोवैज्ञानिक परिक्षणों से छात्रों को अवगत कराना है। प्रस्तुत पाठ्यक्रम चार खंडों में विभक्त है। प्रत्येक खंड के अंतर्गत एक विशिष्ट संकल्पना शामिल है, जिसे इकाई में विभाजित किया गया है। प्रत्येक इकाई तार्किक अनुक्रम में प्रस्तुत की गई है ताकि छात्रों को प्रत्येक विषय के मुख्य पहलुओं को समझने में आसानी हो।

इकाइयों का अध्ययन करने से पहले आप पाठ्यक्रम सामग्री संबंधि सभी महत्वपूर्ण निर्देशों को पढ़ें और समझे तथा निर्देशानुसार अध्ययन का आरंभ करें। इकाई का संगठन तथा अनुक्रम की व्याख्या निम्नलिखित है।

इकाई का संगठन तथा अनुक्रम

प्रत्येक इकाई का अनुक्रम निम्नलिखित है—

- 1.0 उद्देश्य
- 1.1 प्रस्तावना
- 1.2 अनुभाग (अनुभाग का विषय)
 - 1.2.1 सह-अनुभाग

.....
अपनी प्रगति की जाँच कीजिए 1

- 1.3. अनुभाग (अनुभाग का विषय)
 - 1.3.1 सह-अनुभाग

.....
अपनी प्रगति की जाँच कीजिए 2

सारांश

संदर्भ

शब्दावली

अपनी प्रगति की जाँच कीजिए के उत्तर

इकाई अंत प्रश्न

ऊपर दी गई योजना से पता चलता है की प्रत्येक इकाई अनुभाग में बांटी गई है ताकि छात्रों को पढ़ने और समझने में आसानी हो। प्रत्येक अनुभाग और सह-अनुभाग का अंक और लम्बाई इकाई के अनुसार बदल सकते हैं।

प्रत्येक अनुभाग मोटे और बड़े अक्षरों में दिया गया है और प्रत्येक सह-अनुभाग अपेक्षाकृत छोटे लेखों में मोटे अक्षराकृति (टाइपफेस) में दिया गया है।

उप-वर्गों के भीतर विभाजन अपेक्षाकृत छोटे लेकिन मोटे अक्षराकृति में दिए गये हैं ताकि आपको समझने में आसानी हो।

अब प्रत्येक इकाई के अनुभाग के संदर्भ में चर्चा करते हैं:

उद्देश्य

प्रत्येक इकाई उद्देश्य नामक अनुभाग से शुरू की गई है, जो आपको उस इकाई के उद्देश्यों के बारे में तथा इकाई से आप क्या सीखेंगे इसकी जानकारी प्रदान करेगा।

प्रस्तावना

प्रस्तावना मुख्य रूप से इकाई के विषय पर ध्यान केंद्रित करेगा।

उदाहरण

प्रत्येक इकाई के अंतर्गत आकृतियों के माध्यम से उदाहरण दिए गए हैं। प्रस्तुत उदाहरणों का प्रमुख उद्देश्य अध्ययन को सहज तथा सरल बनाना है।

अपनी प्रगति की जाँच कीजिए

इसके अंतर्गत हमने कुछ स्वजाँच अभ्यास दिए हैं ताकि आप अपनी प्रगति प्रत्येक अनुभाग के अंत में जाँच सकें। आप अपने उत्तर प्रत्येक प्रश्न के नीचे दिए गए रिक्त स्थानों पर लिख सकते हैं।

स्व जाँच अभ्यास के उत्तर देते समय ऐसा हो सकता है कि आपको मुख्य पाठ को देखने की इच्छा करें। लेकिन ऐसा न करें और मुख्य पाठ तभी देखें जब आप स्वजाँच अभ्यास के उत्तर दे चुकें हों।

कृपया प्रत्येक इकाई को पढ़ें और हाशिया में महत्वपूर्ण बिंदुओं को लिखें यह आपके अध्ययन के लिए सहायक सिद्ध होगा। तथा यह आपको स्वयं की जाँच और सत्रीय कार्य के प्रश्नों के उत्तरों के साथ साथ आपके सत्रांत परीक्षा (टीईई) के आने से पहले अपने पाठ्यक्रम को दोहराने में भी सहायता करेगा।

सारांश

प्रत्येक इकाई का यह अनुभाग पूरी इकाई को सारांशित करता है ताकि आपको संक्षेप में जानकारी मिल सके।

संदर्भ

हमने प्रत्येक इकाई में संदर्भों की एक सूची दी है। यह पुस्तकों तथा शोध प्रपत्रों की एक सूची है जिसे पाठ्यक्रम के लेखकों द्वारा इकाईयों को तैयार करने के लिए उपयोग किया गया है। यह दर्शाती है कि आपका पाठ्यक्रम किसी विशेष विषय पर उपलब्ध साहित्य की एक विस्तृत विवरण पर आधारित है। यह आपको अध्ययन के प्रस्तुत क्षेत्र में उपलब्ध साहित्य से अवगत कराता है। अगर आप अपने ज्ञान को व्यापक बनाना चाहते हैं तो आप संदर्भों का उपयोग कर नयी जानकारी प्राप्त कर सकते हैं। प्रत्येक संदर्भ में लेखक का नाम, प्रकाशन का वर्ष, पुस्तक या लेख का शीर्षक, प्रकाशन स्थान और प्रकाशक का नाम का उल्लेख किया गया है।

‘पाठन के लिए सुझाव (संदर्भ)’ आपको प्रत्येक इकाई को बेहतर तरीके से समझने में सहायता करेगा।

शब्दावली

प्रत्येक इकाई में दिए गए शब्दावली मूल संकल्पना, तकनीकी शब्द तथा कठिन शब्दों के विषय में स्पष्टिकरण देते हैं।

अपनी प्रगति की जाँच कीजिए के उत्तर

अपनी प्रगति की जाँच कीजिए के उत्तर इस अनुभाग में दिए गए हैं।

इकाई अंत प्रश्न

अपनी प्रति की जाँच कीजिए, अनुभाग के साथ-साथ हर इकाई के अंत में प्रश्न दिए गए हैं। इन प्रश्नों का अभ्यास आपको सत्रीय कार्य और सत्रांत परीक्षा (टीईई) के प्रश्नों के उत्तर देने में सहायता करेगा।

यद्यपि सत्रीय कार्य और सत्रांत परीक्षा (टीईई) में पूछे गए प्रश्नों का स्वरूप और शैली भिन्न हो सकती है।

श्रव्य एवं दृश्य सामग्री

मुद्रित सामग्री के पूरक के लिए कुछ इकाइयों को श्रव्य एवं दृश्य कार्यक्रमों के लिए चुना गया है। ये आपको अधिक स्पष्टता के साथ इकाइयों को समझने में सहायता करेंगे।

इसके अलावा, आप इग्नू का एफएम रेडियो चैनल 'ज्ञानवाणी' (105.6 एफएम) सुन सकते हैं, जो नियमित रूप से पूरे देश में प्रसारित किया जाता है। आप मनोविज्ञान के विशेषज्ञ द्वारा प्रस्तुत किये, कार्यक्रमों को सुन सकते हैं और उनके साथ फोन, ईमेल या चैट मोड द्वारा वार्तालाप कर सकते हैं।

इसके अतिरिक्त ज्ञान-दर्शन टी.वी. चैनल (फ्री टू एयर एजुकेशनल चैनल) पर मनोविज्ञान विषय पर कार्यक्रम देख सकते हैं। 'ज्ञानवाणी' एवं 'ज्ञान-दर्शन' के कार्यक्रम की सूची www.ignou.ac.in पर प्राप्त की जा सकती है। रेडियो तथा टेलीविजन चैनल के साथ आप ज्ञानधारा के माध्यम से भी जुड़ सकते हैं। यह वेबकास्ट सुविधा है जो इंदिरा गांधी मुक्त विश्वविद्यालय द्वारा ज्ञानवाणी तथा ज्ञान दर्शन कार्यक्रमों के प्रसारण के लिए दी गई है।

ट्यूटोरियल

मनोवैज्ञानिक शोध के लिए सांख्यिकी विधि-I के पाठ्यक्रम में ट्यूटोरियल सम्मिलित है। ट्यूटोरियल घण्टाक अनिवार्य है जो 02 क्रेडिट का है। यह मुख्यतः कार्यकलाप के रूप में होगा। इसका मूल्यांकन अकादमिक परामर्शदाता के द्वारा किया जाएगा। आपको पाठ्य सामग्री को ध्यान लगाकर पढ़ना चाहिए ताकि उसका उपयोग आप ट्यूटोरियल में दिए गए प्रश्नों के उत्तर देने के लिए कर सकें। ये कार्यकलाप आपके ज्ञान को दैनिक जीवन के अनुभवों से संबंधित करने की आपकी क्षमता को विकसित करने के लिए हैं। ट्यूटोरियल आपको सत्रीय कार्य के साथ उपलब्ध कराया जायेगा और आपको इसे अध्ययन केंद्र में जमा करना होगा।

सत्रीय कार्य

पूरी अध्ययन सामग्री के आधार पर सत्रीय कार्य दिये गए हैं। इनमें दिये गये प्रश्नों के उत्तर तैयार करके अध्ययन केंद्र पर जमा करना होता है। सत्रीय कार्य में जो अंक दिये जाते हैं उसका 30% सत्रांत परीक्षा (टीईई) के अंकों में जोड़ दिये जाते हैं। सत्रीय कार्य में दिये गये प्रश्नों के उत्तर देने से पहले सभी इकाइयों तथा अतिरिक्त सामग्री को ध्यान से पढ़िये।

ट्यूटोरियल तथा सत्रीय कार्य में निहित प्रश्नों के उत्तर देते समय निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान में रखें:

- 1) अपना अनुक्रमांक साफ-साफ लिखिए।
- 2) अपने उत्तर अपने शब्दों में तथा हस्तलिखित होने चाहिए (पाठ्यक्रम सामग्री या किसी अन्य स्रोत से वाक्य कॉपी न करें)। **वाक्यों की नकल नहीं होनी चाहिए।**
- 3) साफ-साफ लिखें ताकि आपके द्वारा लिखित उत्तर पूरी तरह समझ में आ सकें।
- 4) अपनी उत्तर पुस्तिका के एक ओर पर्याप्त जगह छोड़ें, जहां पर परीक्षक आप के उत्तर के बारे में अपनी प्रतिक्रिया लिखित रूप में व्यक्त कर सकें।

- 5) प्रत्येक ट्यूटोरियल/ सत्रीय कार्य को अपने अध्ययन केंद्र पर जमा करने की अंतिम तिथि से पहले जमा कर दें। तिथि आप अपने क्षेत्रीय केन्द्र की वेबसाइट www.ignou.ac.in पर पता कर सकते हैं।

सत्रांत परीक्षा (टीईई)

सत्रांत परीक्षा (टीईई) के सन्दर्भ में निम्नलिखित बिन्दुओं को ध्यान में रखें:

- 1) प्रश्नों के उत्तरों को अपने शब्दों में देने की आवश्यकता है और उन्हें प्रश्न पत्रों में पूछे गये प्रश्नों के आधार पर केंद्रित करना जरूरी है।
- 2) उत्तर देते समय शब्द-सीमा का ध्यान रखें।
- 3) पूछे गए प्रश्नों के आधार पर उत्तरों को अच्छी तरह से व्यवस्थित करें और अंकों में दिए गए किसी भी द्विभाजन को भी ध्यान में रखें।
- 4) संबंधित उत्तरों के लिए सही प्रश्न संख्या का उल्लेख करना आवश्यक है।

पाठ्यक्रम सामग्री की तैयारी

मनोवैज्ञानिक शोध के लिए सांख्यिकी विधि-I (BPCC 104) का पाठ्यक्रम विशेषज्ञ समिति (इस पाठ्यक्रम का पुष्ठ 2 देखें) द्वारा तय किया गया है तथा पाठ्यक्रम निर्माण समिति द्वारा तैयार किया गया है, जिसमें इकाई लेखक, सम्पादक, भाषा सम्पादक तथा पाठ्यक्रम सहयोगी सम्मिलित हैं। विशेषज्ञ समिति प्रत्येक इकाई एवं खंडों के पाठ्यक्रम के विषयों तथा सहयोगी विषयों का चयन विश्वविद्यालय अनुदान आयोग विकल्प आधारित क्रेडिट प्रणाली (सीबीसीएस) का पालन करते हुये किया गया है। इकाइयों के लेखकों को हर इकाई की मुख्य शोध सामग्री तैयार करने में अपनी दक्षता का प्रमाण दिया है। इकाइयों के लेखकों ने प्रत्येक इकाई की संकल्पना को मुख्य पाठ के रूप में विस्तृत करने में अपनी विशेषज्ञता प्रदान की है। सामग्री-सम्पादक ने पाठ्यक्रम में सम्मिलित अध्ययन सामग्री का ध्यानपूर्वक अध्ययन किया है। उनका पूरा प्रयास रहा है कि पाठ्यक्रम में शामिल की गई अध्ययन सामग्री अपने उद्देश्य को स्पष्ट करने में सक्षम हो तथा सरलता से समझी जा सके।

पाठ्यक्रम से संबंधित किसी भी प्रश्न या प्रतिक्रिया के लिए, आप पाठ्यक्रम समन्वयक से संपर्क कर सकते हैं,

प्रोफेसर सुहास शेटगोवेकर ,
कमरा नंबर 121, खंड-एफ,
सामाजिक विज्ञान विद्यापीठ,
इग्नू नई दिल्ली

ईमेल: sshetgovekar@ignou.ac.in



ignou
THE PEOPLE'S
UNIVERSITY

विषय सूची

शीर्षक	प्रष्ठ संख्या
खंड 1	प्रस्तावना
इकाई 1	सांख्यिकी का परिचय 13
	सांख्यिकी का अर्थ शोध में सांख्यिकी की भूमिका सांख्यिकी का अपनिर्वचन (गलत व्याख्या) और सीमाएँ मापनी के पैमाने वर्णनात्मक और आनुमानिक सांख्यिकी
इकाई 2	आँकड़ों का संगठन और रेखाआकृतिय प्रदर्शन 35
	गुणात्मक और मात्रात्मक आँकड़ों का वर्गीकरण और सारणीकरण आवृत्ति वितरण का निर्माण संचयी आवृत्ति वितरण शतमक और शतमक कोटि (क्रम) आँकड़ों का रेखाआकृतिय प्रदर्शन
खंड 2	केन्द्रिय प्रवृत्ति तथा परिवर्तनशीलता के माप
इकाई 3	केन्द्रिय प्रवृत्ति के मापों का परिचयात्मक अध्ययन 69
	आँकड़ों के केन्द्रीय प्रवृत्ति की अवधारणा केन्द्रीय प्रवृत्ति के विभिन्न माप माध्य, मध्यिका और बहुलक के गुण, लाभ और सीमाएँ असमूहीकृत और समूहीकृत आँकड़ों की केन्द्रीय प्रवृत्ति के मापों की सहायता से गणना
इकाई 4	परिवर्तनशीलता के मापों का परिचयात्मक अध्ययन 92
	आँकड़ों में परिवर्तनशीलता की अवधारणा परिवर्तनशीलता के विभिन्न माप (परिवर्तनशीलता के माप के प्रकार)
इकाई 5	परिवर्तनशीलता के मापों की गणना 108
	परिवर्तनशीलता के विभिन्न मापों की गणना
खंड 3	सहसंबंध
इकाई 6	सहसंबंध – परिचय 123
	सहसंबंध की अवधारणा, दिशा और सहसंबंध का परिमाण सहसंबंध के गुण, उपयोग और सीमाएँ सहसंबंध की अन्य विधियां
इकाई 7	सहसंबंध के गुणांक की गणना 137
	पियरसन का गुणन आघूर्ण सहसंबंध स्पीयरमैन का कोटी अनुक्रम सहसंबंध
खंड 4	प्रसामान्य संभाव्यता वितरण
इकाई 8	प्रसामान्य संभाव्यता वितरण 151
	संभाव्यता की अवधारणा सामान्य संभाव्यता वितरण की अवधारणा, प्रकृति और गुण मानक प्राप्तांक (Z-प्राप्तांक) प्रसामान्यता से अपसरण: कुर्टोसिस तथा विषमता

पाठ्यक्रम परिचय

प्रिय शिक्षार्थी,

इस कार्यक्रम के पहले सत्र (सेमेस्टर) के दौरान आपको मनोविज्ञान के मूल सिद्धांतों के बारे में काफी ज्ञान प्राप्त हुआ होगा। द्वितीय सत्र में आप जो पाठ्यक्रम पढ़ेंगे, उन में से एक है मनोवैज्ञानिक शोध के लिए सांख्यिकी विधि- I। मनोविज्ञान में मात्रात्मक और गुणात्मक दोनों तरह के अध्ययन किए जाते हैं। जब मात्रात्मक अध्ययन किया जाता है, तब, सांख्यिकीय विश्लेषण का प्रयोग किया जाता है। इसलिए हमें सांख्यिकीय विधियों का ज्ञान होना आवश्यक है ताकि उसका प्रयोग हम एकत्रित आकड़ों के सांख्यिकीय विश्लेषण के लिए उपयोग कर सकें।

इस पाठ्यक्रम का मुख्य उद्देश्य मनोविज्ञान में उपयोग किए जाने वाले वर्णनात्मक सांख्यिकी को प्रस्तुत करना और सांख्यिकीय गणनाओं और अनुप्रयोगों के साथ शिक्षार्थियों को परिचित करना है।

वर्तमान पाठ्यक्रम इस कार्यक्रम के छठे सत्र (सेमेस्टर) में भी सहायक होगा जब आप प्रोजेक्ट (बीपीसीसी-144) पाठ्यक्रम लेंगे।

इस पाठ्यक्रम के संरचना को चार खंडों में विभाजित किया गया है।

खंड 1: पहले खंड का नाम 'प्रस्तावना' है और इसे दो इकाइयों, इकाई 1 और 2 में विभाजित किया गया है। **पहली इकाई** में आप जानेंगे कि सांख्यिकी क्या है? और अध्ययन में इसकी क्या भूमिका है? इस इकाई में आँकड़ों की सीमाएं और गलत व्याख्याओं को भी शामिल किया गया है। इसके अलावा इस इकाई में आपको मापनी के पैमानों से भी परिचित कराया जायेगा और इसमें दो महत्वपूर्ण अवधारणाएँ, वर्णनात्मक और आनुमानिक सांख्यिकी पर ध्यान दिया जाएगा। **दूसरी इकाई** आँकड़ों का संगठन और रेखाआकृतिय प्रदर्शन पर ध्यान केंद्रित करेगी, जो तब महत्वपूर्ण है जब आपके पास असंसाधित आँकड़े हैं और आप इन्हें अर्थपूर्ण बनाना चाहते हैं। इस इकाई में हम, मात्रात्मक और गुणात्मक आँकड़ों का वर्गीकरण और सारणीकरण, आवृत्ति वितरण का निर्माण, संचयी आवृत्ति वितरण, शतमक और शतमक कोटि और आँकड़े का रेखाआकृतिय प्रदर्शन, के विषय में भी चर्चा करेंगे।

खंड 2: दूसरे खंड का शीर्षक है केंद्रीय प्रवृत्ति तथा परिवर्तनशीलता के माप। इस खंड में तीन इकाइयाँ, 3, 4 और 5 हैं। **तीसरी इकाई** केंद्रीय प्रवृत्ति के मापों पर है और इसमें आँकड़ों के केंद्रीय प्रवृत्ति की अवधारणा पर चर्चा की जाएगी। केंद्रीय प्रवृत्ति के अलग अलग मापों जैसे माध्य, मध्यिका और बहुलक, उनके गुण, लाभ, सीमाएं और उनकी गणना के विषय में भी बताया जायेगा। **इकाई 4** का शीर्षक है परिवर्तनशीलता के परिणामों का परिचयात्मक अध्ययन। यह इकाई परास, चतुर्थक विचलन, औसत विचलन, मानक विचलन और प्रसरण पर केंद्रित है। इस खंड की **इकाई 5** में हम परिवर्तनशीलता के परिणामों की गणना चरणवार, स्पष्टीकरण और उपयुक्त उदाहरण के साथ चर्चा करेंगे।

खंड 3: अगला खंड, अर्थात्, खंड 3 का शीर्षक है सहसम्बन्ध और इसमें दो इकाइयाँ हैं। इकाई 6 और 7। **इकाई 6** में सहसम्बन्ध की अवधारणा, दिशा और परिमाण के विषयमें स्पष्टीकरण किया जायेगा। सहसम्बन्ध के गुण, उपयोग और सीमाओं पर भी चर्चा की जाएगी। **इकाई 7** में हम पियरसन का गुणन आधुन सहसम्बन्ध और स्पीयरमैन का कोटि अनुक्रम सहसम्बन्ध के विषय में जानेंगे।

खंड 4: इस पाठ्यक्रम का अंतिम खंड है प्रसामान्य संभाव्यता वितरण है, जिसमें **इकाई 8** पर चर्चा करेंगे। इस इकाई में हम संभाव्यता की अवधारणा, और संभाव्यता से सम्बंधित अवधारणाओं के बारे में जानेंगे। प्रसामान्य संभाव्यता वितरण की अवधारणा, प्रकृति और गुणों पर भी हम चर्चा करेंगे। ऐसे करते समय हम प्रसामान्य वितरण के महत्व पर ध्यान केंद्रित करेंगे। एक और विषय जो की महत्वपूर्ण है, वह

है मानक प्राप्तांक या Z -प्राप्तांक। इस संबंध में हम मानक प्राप्तांक की अवधारणा, गुण और उपयोग का आवरण करेंगे। Z -प्राप्तांक की गणना पर भी हम चर्चा करेंगे। अंतिम उप विषय जिसके बारे में इस इकाई में चर्चा की जाएगी वह है प्रसामान्यता के अपसरण, अर्थात् कुर्टोसिस तथा विषमता।

इस पाठ्यक्रम के अधिगम को बढ़ाने के लिए सुझाव और टिप्स इस प्रकार हैं:

1. सुनिश्चित करें कि इस पाठ्यक्रम में दी गई आपकी बुनियादी अवधारणाएँ से आप स्पष्ट हैं, चाहे वह मनोवैज्ञानिक शोध, सांख्यिकी शब्द का अर्थ हो, या माध्य, मध्यक या बहलक हो, प्रसामान्य संभाव्यता वक्र आदि हो। यदि आप अवधारणों को नहीं समझते हैं, तो फिर से पढ़ें। पहली इकाई बाकी इकाइयों के लिए एक नींव है, इसलिए सुनिश्चित करें कि आप पहली इकाई को पढ़ें और सीखें।
2. एक अन्य महत्वपूर्ण पहलू है सूत्रों को समझना और विभिन्न सांख्यिकीय तकनीकों की गणना करने के चरण को समझना। उदाहरणों की मदद से इन पर चर्चा की गई है। सूत्रों के साथ इन चरणों का अभ्यास करने से आपको उन्हें बेहतर तरीके से सीखने में मदद मिलेगी।
3. उपरोक्त के अलावा, आपको यह भी समझने की आवश्यकता है कि किस तकनीक का उपयोग करना है। उदाहरण के लिए, माध्य की गणना कब करें, मध्यिका की गणना कब करें और कब पियरसन का गुणन आधूर्ण सहसम्बन्ध की गणना करें और कब स्पीयरमैन का कोटि अनुक्रम सहसम्बन्ध की गणना करें। इकाई को पढ़ते समय, एक निश्चित सांख्यिकी तकनीक की गणना करने पर ध्यान केंद्रित करने का प्रयास करें।
4. अपनी प्रगति की जाँच करें (प्रत्येक इकाई में दी गई है) के साथ-साथ अभ्यास पुस्तिका (अध्ययन सामग्री के अंत में दी गई है) में दिए गए अभ्यासों का उत्तर देने से आपको अभ्यास करने और विभिन्न सांख्यिकीय तकनीकों की गणना और विधि सीखने में सहायता मिलेगी।

इकाई 1 सांख्यिकी का परिचय*

संरचना

- 1.0 उद्देश्य
- 1.1 प्रस्तावना
- 1.2 सांख्यिकी का अर्थ
 - 1.2.1 सांख्यिकी की परिभाषा एवं स्वरूप
 - 1.2.2 सांख्यिकी की मूल अवधारणाएं
- 1.3 शोध में सांख्यिकी की भूमिका
- 1.4 सांख्यिकी का अपनिर्वचन (गलत व्याख्या) और सीमाएँ
- 1.5 मापनी के पैमाने
- 1.6 वर्णनात्मक और आनुमानिक सांख्यिकी
 - 1.6.1 वर्णनात्मक सांख्यिकी
 - 1.6.2 आनुमानिक सांख्यिकी
 - 1.6.2.1 अनुमान
 - 1.6.2.2 परिकल्पना परीक्षण
- 1.7 सारांश
- 1.8 संदर्भ
- 1.9 शब्दावली
- 1.10 अपनी प्रगति की जाँच कीजिए के उत्तर
- 1.11 इकाई अंत प्रश्न

1.0 उद्देश्य

इस इकाई को पढ़ने के बाद, आप:

- सांख्यिकी का अर्थ समझा सकेंगे;
- शोध में सांख्यिकी की भूमिका पर चर्चा कर सकेंगे;
- सांख्यिकी की सीमाओं और अपनिर्वचन (गलत व्याख्या) व्याख्याओं का वर्णन कर सकेंगे;
- मापनी के पैमाने पर चर्चा कर सकेंगे; तथा
- वर्णनात्मक और आनुमानिक सांख्यिकी की व्याख्या कर सकेंगे।

* प्रो.सुहास शेटगोवेकर, मनोविज्ञान संकाय, सामाजिक विज्ञान विद्यापीठ, इग्नू

1.1 प्रस्तावना

एक शोधकर्ता भारत में किशोरों की संवेगात्मक बुद्धि और उनके आत्म सम्मान पर शोध कर रहे हैं। इस शोध के लिए, वे किशोरों (बालक और बालिका दोनों) से मानकीकृत उपकरणों की सहायता से संवेगात्मक बुद्धि और आत्म सम्मान के लिए आँकड़ा एकत्र करेंगे। यहाँ संवेगात्मक बुद्धि और आत्म सम्मान शोध के दो मुख्य चर हैं। आँकड़ा संग्रह प्रक्रिया समाप्त होने के बाद, शोधकर्ता को सांख्यिकीय विश्लेषण करना होगा। अपने उद्देश्य और परिकल्पना के आधार पर शोधकर्ता आँकड़े का विश्लेषण करने के लिए विभिन्न सांख्यिकीय तकनीकों का उपयोग करेंगे। वह वर्णनात्मक सांख्यिकी का उपयोग कर सकते हैं या वे अनुमानित सांख्यिकी का उपयोग भी कर सकते हैं। शोधकर्ता माध्य और मानक विचलन की गणना और आँकड़ों का रेखांकन भी कर सकते हैं। शोधकर्ता यह भी पता कर सकते हैं कि कितने प्रतिशत किशोर संवेगात्मक बुद्धि और आत्म सम्मान में उच्च, माध्यम और निम्न श्रेणी में हैं। शोधकर्ता संवेगात्मक बुद्धि और आत्म सम्मान के संबंध में बालक और बालिकाओं के लिए माध्य और मानक विचलन की गणना भी कर सकते हैं।

शोधकर्ता संवेगात्मक बुद्धि और आत्म सम्मान के बीच सहसंबंध का शोध करने का विकल्प भी चुन सकते हैं। या वे यह भी जानने की कोशिश कर सकते हैं कि क्या लिंग के संबंध में संवेगात्मक बुद्धि और आत्म सम्मान में महत्वपूर्ण अंतर मौजूद है या नहीं। इस प्रकार, शोधकर्ता अपने शोध के उद्देश्यों और परिकल्पना (ओं) के आधार पर विभिन्न सांख्यिकीय तकनीकों का प्रयोग कर सकते हैं।

जैसा कि उपरोक्त उदाहरण से स्पष्ट होता है, सांख्यिकीय विधियों का उपयोग मनोव. "ज्ञानिक शोध में मुख्य रूप से आँकड़ों का विश्लेषण करने और उनसे निष्कर्ष निकालने के लिए किया जाता है। विभिन्न सांख्यिकीय तकनीकों पर चर्चा करने से पहले हम सांख्यिकी का अर्थ और शोध में इसकी भूमिका पर ध्यान देने की कोशिश करेंगे।

वर्तमान इकाई इस पाठ्यक्रम के लिए मौलिक है और मुख्य रूप से सांख्यिकी की परिभाषा को प्रस्तुत करेगी। यह सांख्यिकी में कुछ महत्वपूर्ण अवधारणाओं जैसे कि मापनी के पैमाने और वर्णनात्मक और अनुमानिक सांख्यिकी पर भी ध्यान केंद्रित करेगी।

1.2 सांख्यिकी का अर्थ

इससे पहले कि हम किसी भी विषय क्षेत्र की बेहतर समझ विकसित करें, हमें इसकी मूल बातों के विषय में स्पष्ट होना चाहिए। इस इकाई के वर्तमान अनुभाग में हम सांख्यिकी के अर्थ समझाने और सांख्यिकी को परिभाषित करने की कोशिश करेंगे।

1.2.1 सांख्यिकी की परिभाषा एवं स्वरूप

जब सांख्यिकी शब्द का उल्लेख किया जाता है तब आपके मन में क्या विचार आता है? प्रस्तावना अनुभाग में दिए गये विवरण को पढ़ने के बाद, पहली बात जो आपके दिमाग में आ सकती है वह यह है कि यह संख्याओं से संबंधित है। आप में से कुछ यह भी सोच सकते हैं कि इसका गणित से कुछ लेना-देना है। जिन लोगों ने पहले सांख्यिकी का अध्ययन किया है, उनके पास इस शब्द के बारे में बेहतर विचार हो सकता है। इस इकाई के पहले भाग में, हम सांख्यिकी के अर्थ को समझने का प्रयत्न करेंगे।

'सांख्यिकी' (statistics) शब्द की उत्पत्ति इटैलियन शब्द 'स्टैटिस्टा' से हुई है, अर्थात् एक व्यक्ति जो राज्य से संबंधित मामलों और गतिविधियों से संबंधित है। इसे शुरू में 'राज्य अंकगणित' कहा गया था, जिसमें राष्ट्र के बारे में जानकारी, उदाहरण के लिए कर संबंधी

जानकारी और युद्ध योजनाओं को, सारणीबद्ध किया जाता था (एरॉन, एरॉन और कूप्स, 2009)। इस प्रकार, सांख्यिकी को पहले सरकार से संबंधित गतिविधियों और आँकड़ों जैसे की जनगणना लिए जाना जाता था। हालाँकि, आज इसका उपयोग विभिन्न क्षेत्रों जैसे कि अर्थशास्त्र, मनोविज्ञान, शिक्षा, प्रबंधन आदि में किया जा रहा है।

सांख्यिकी को गणित की एक शाखा या उप-क्षेत्र के रूप में वर्णित किया जा सकता है जो मुख्य रूप से संगठन के साथ-साथ संख्याओं के विश्लेषण और व्याख्या से संबंधित है (एरॉन, एरॉन और कूप्स, 2009)। सरल शब्दों में, सांख्यिकी को “वर्गीकृत करने, व्यवस्थित करने और विश्लेषण करने के विज्ञान” के रूप में वर्णित किया जा सकता है (किंग और मिनियम, 2008 पृष्ठ 3)। सांख्यिकी को विज्ञान के रूप में भी समझा जा सकता है, जिसमें किसी घटना से संबंधित संख्यात्मक आँकड़ों का विश्लेषण करने के लिए वैज्ञानिक और व्यवस्थित तरीकों का उपयोग करना और फिर उसी से अनुमान और निष्कर्ष निकालना सम्मिलित है। सांख्यिकी को “आँकड़ों के संग्रह, विश्लेषण, व्याख्या और प्रस्तुति से सं. बंधित एक गणितीय विज्ञान” के रूप में परिभाषित किया जा सकता है। (वीराराघवन और शेटगोवेकर, 2016, पृष्ठ 1)। सांख्यिकी को ऐसी प्रक्रियाओं के रूप में समझाया जा सकता है जिसमें न केवल आँकड़ों का वर्णन होता है, बल्कि उनसे अनुमान लगाना भी सम्मिलित है। इस संबंध में, यह उल्लेख किया जा सकता कि, सांख्यिकी को दो मुख्य शाखाओं, वर्णनात्मक और आनुमानिक सांख्यिकी में वर्गीकृत किया जा सकता है। इस इकाई के अंतिम भाग में इन पर चर्चा की जाएगी। इसके अलावा, सांख्यिकी को प्राचल (पैरामीट्रिक) और अप्राचल (नॉनपैरामीट्रिक) सांख्यिकी के रूप में भी वर्गीकृत किया जा सकता है, जिसके बारे में मनोवैज्ञानिक शोध के लिए सांख्यिकी विधि-II में चर्चा की जाएगी, जो सत्र (सेमेस्टर) IV में एक मुख्य (कोर) पाठ्यक्रम है।

सांख्यिकी के स्वरूप को समझने के लिए, मोहंती और मिश्रा (2016) निम्नलिखित बिन्दुओं पर प्रकाश डालते हैं:

- शब्द ‘सांख्यिकी’ को एक विज्ञान के रूप में कहा जा सकता है जिसमें सामाजिक घटनाओं से संबंधित तथ्यों का अवलोकन, अभिलेखन (रिकॉर्ड) और गणना की जाती है।
- आँकड़ों का संगठन, वर्गीकरण और विश्लेषण सांख्यिकी में सम्मिलित प्रक्रियाएं हैं।
- विभिन्न घटनाओं और तथ्यों को सांख्यिकी की मदद से वर्णित और समझाया जा सकता है। और उनकी तुलना भी की जा सकती है।
- सांख्यिकी की सहायता से एक वैज्ञानिक जांच की व्यवस्थित रूप से व्याख्या की जा सकती है और उसकी भविष्यवाणी भी की जा सकती है। और इस संबंध में सांख्यिकी का उपयोग निर्णय लेने में भी हो सकता है।

उपरोक्त स्पष्टीकरण के साथ, सांख्यिकी की अवधारणा स्पष्ट हो गई होगी। लेकिन सांख्यिकी को आगे समझने के लिए, हमें सांख्यिकी में कुछ बुनियादी अवधारणाओं के बारे में अच्छी तरह से पता होना चाहिए। इन अवधारणाओं को उप अनुभाग 1.2.2 में वर्णित किया गया है।

1.2.2 सांख्यिकी की मूल अवधारणाएं

सांख्यिकी में प्रासंगिक बुनियादी अवधारणाओं में जनसंख्या, प्रतिदश, प्राचल, सांख्यिकी और चर सम्मिलित हैं। आईए इनपर विस्तार से चर्चा करते हैं:

जनसंख्या: इस शब्द का उपयोग व्यक्तियों, वस्तुओं, तत्वों, जानवरों और प्रतिक्रियाओं का वर्णन करने के लिए किया जा सकता है जो विशिष्ट विशेषताओं का एक पैटर्न प्रदर्शित

करते हैं। इसे व्यक्तियों, वस्तुओं, तत्वों, जानवरों, प्रतिक्रियाओं के सेट के रूप में भी समझाया जा सकता है जिस पर 'गोधकर्ता शोध करना चाहते हैं। यदि एक शोधकर्ता नई दिल्ली में किशोरों पर एक शोध करना चाहते हैं, तो शोध की जनसंख्या नई दिल्ली के सभी किशोर होंगे। जनसंख्या प्रकृति में परिमित या अपरिमित हो सकती है (मोहंती और मिश्रा, 2016, पृष्ठ 3)। परिमित जनसंख्या का उदाहरण एक स्कूल में गणित में असफल रहे विद्यार्थियों की संख्या हो सकता है और अपरिमित जनसंख्या का उदाहरण आकाश में सितारों की संख्या हो सकता है।

प्रतिदर्श: सरल शब्दों में प्रतिदर्शों को शोध में भाग लेने वाले व्यक्तियों के समूह के रूप में परिभाषित किया जा सकता है। यदि हम ऊपर चर्चा किये गये नई दिल्ली में किशोरों का उदाहरण लेते हैं, तो शोधकर्ता के लिए नई दिल्ली के सभी किशोरों से संपर्क करना और उनसे आँकड़ा एकत्र करना संभव नहीं है। इसलिए शोधकर्ता उस जनसंख्या से एक प्रतिदर्श (अधिमानतः प्रतिनिधि) लेंगे। एक अन्य उदाहरण से समझते हैं, एक शीत पेय कारखाने में, यदि गुणवत्ता निरीक्षक यह पता लगाना चाहते हैं कि शीत पेय की गुणवत्ता और स्वाद पर्याप्त है या नहीं, तो वे सारे शीत पेय की बोतलों का परीक्षण नहीं करेंगे, अपितु एक प्रतिदर्श लेंगे और उसका परीक्षण करेंगे और यह प्रतिदर्श यादृच्छिक रूप से लिया जाता है। इस प्रकार, प्रतिदर्श जनसंख्या का एक छोटा समूह है जो शोध में भाग लेता है। यह महत्वपूर्ण है कि प्रतिदर्श जनसंख्या का प्रतिनिधि है। अर्थात् जितना संभव हो सके प्रतिदर्श जनसंख्या के समान या जनसंख्या के समान विशेषताओं या तत्व से युक्त होना जरूरी है (मोहंती और मिश्रा, 2016)। इस प्रकार, प्रतिचयन तकनीक शोध में प्रा. संगिक हैं, जो प्रतिदर्श के चयन में मदद करते हैं। प्रतिचयन तकनीकों को संभाव्यता प्रतिचयन और गैर प्रायिकता प्रतिचयन में वर्गीकृत किया जा सकता है (देखें तालिका 1.1)।

तालिका 1.1 प्रतिचयन तकनीक

प्रायिकता प्रतिचयन	गैर प्रायिकता प्रतिचयन
सरल यादृच्छिक प्रतिचयन	सुविधाजनक प्रतिचयन
क्रमबद्ध यादृच्छिक प्रतिचयन	स्वैच्छिक प्रतिचयन
स्तरीकृत यादृच्छिक प्रतिचयन	कोटा (नियत मात्रात्मक) प्रतिचयन
समूह प्रतिचयन	प्रतिचयन
बहुस्तरीय यादृच्छिक प्रतिचयन	तुषारपिंडीय (स्नोबॉल) प्रतिचयन

प्राचल: प्राचल को एक मान कहा जा सकता है जो जनसंख्या के बारे में जानकारी प्रदान करता है जिसकी शोध में जांच की जानी है। इसका वर्णन "जनसंख्या के माप के तौर पर भी किया जा सकता है और यह जनसंख्या के सभी व्यक्तियों के केंद्रीय मान, प्रकीर्णन, सहसंबंध सूचकांकों को संदर्भित करता है" (मोहंती और मिश्रा, 2016, पृष्ठ 3)। उदाहरण के लिए, यदि कोई शोधकर्ता किसी दिए गए वर्ष में भारत में नवजात शिशुओं के औसत

वजन को जानना चाहते हैं, तो इसे प्राचल कहा जा सकता है क्योंकि यह एक दिए गए वर्ष में भारत में सभी नवजात शिशुओं के वजन का वर्णन करता है। एक सटीक प्राचल प्राप्त करना आसान नहीं होता है और किसी भी प्राचल में सांख्यिकी होती है।

सांख्यिकी : जैसा कि जनसंख्या के पहलुओं को प्राचल द्वारा मापा जाता है, प्रतिदर्श के पहलुओं को सांख्यिकी द्वारा मापा जाता है। इस प्रकार, शोधकर्ता दिए गए वर्ष में 500 नवजात शिशुओं (सभी नवजात शिशुओं का प्रतिनिधित्व करने वाला प्रतिदर्श) के वजन को मापेंगे और एक औसत वजन का पता लगाएंगे इस माध्य भार को सांख्यिकी कहा जा सकता है।

माध्य, मानक विचलन और प्रसरण के प्रतीक प्राचल और सांख्यिकीय के लिए भिन्न होते हैं, ये निम्न तालिका 1.2 में दिए गए हैं।

तालिका 1.2: प्राचल और सांख्यिकी के प्रतीक

माप	प्राचल	सांख्यिकी
माध्य	μ (म्यू) / ('mu')	\bar{x} (x-बार) / ('x-bar')
मानक विचलन	σ (सिग्मा) / ('sigma')	s
प्रसरण	σ^2 (सिग्मा-वर्ग) / ('sigma-squared')	s^2 (s-वर्ग) / ('s-squared')

चर: उपरोक्त के अलावा, एक और महत्वपूर्ण शब्द है जिसकी हमें चर्चा करने की आवश्यकता है वह चर है। चर का अर्थ है कुछ चीजें जो परिवर्तित होती हैं। इसे मात्रा या एक संख्या के रूप में भी समझाया जा सकता है जो अलग-अलग होगी या इसमें अलग-अलग मान होंगे। प्रस्तावना भाग में, भारत में किशोरों की संवेगात्मक बुद्धि और आत्म सम्मान पर एक शोध का उल्लेख किया गया था। इस शोध में, संवेगात्मक बुद्धि और आत्म सम्मान को चर कहा जा सकता है। संवेगात्मक बुद्धि उच्च या निम्न हो सकती है। इसी प्रकार आत्म सम्मान भी उच्च या निम्न हो सकता है। इन दोनों चरों में विभिन्न मान हो सकते हैं। लिंग (जेंडर) को भी एक चर कहा जा सकता है क्योंकि यह पुरुषों या महिलाओं में हो सकते हैं। तालिका 1.3 में विभिन्न प्रकार के चरों पर चर्चा की गई है।

तालिका संख्या 1.3 चर के प्रकार

प्रकार	वर्णन	उदाहरण
--------	-------	--------

स्वतंत्र चर (IV)	चर जिसे शोधकर्ता द्वारा प्रहस्तन (manipulated) किया जाता है वह स्वतंत्र चर कहलाता है।	एक शोधकर्ता प्रकाश का व्यक्तियों का प्रदर्शन पर प्रभाव पर शोध कर रहे हैं। इस संबंध में प्रकाश उज्ज्वल, मंद या सामान्य हो सकता है। यहाँ प्रकाश स्वतंत्र चर का एक उदाहरण है।
आश्रित चर (DV)	चर जिसे स्वतंत्र चर को प्रहस्तन (manipulate) किए जाने पर किसी भी परिवर्तन के लिए मापा जाता है।	उपरोक्त उदाहरण में, प्रदर्शन आश्रित चर है।
बाह्य चर (EV)	चर जो स्वतंत्र और आश्रित चर के बीच के संबंध को बाधित कर सकते हैं, उन्हें बाह्य चर कहा जाता है।	उपरोक्त उदाहरण में, शोर, प्रकाश (IV) और प्रदर्शन (DV) के बीच संबंधों में हस्तक्षेप कर सकता है और यह संभव है कि DV में परिवर्तन, EV के कारण है न की IV के कारण।
मात्रात्मक चर	ये वे चर हैं जो संख्यात्मक रूप से दर्शाए जाते हैं।	बुद्धि लब्धि (आईक्यू), वजन, ऊंचाई आदि।
गुणात्मक चर	ये मापनीय विशेषताएं हैं, जो संख्यात्मक नहीं बल्कि श्रेणीबद्ध हैं।	लिंग (पुरुष और महिला), सामाजिक आर्थिक स्थिति (उच्च और निम्न), धर्म (ईसाई, हिंदू, मुस्लिम)।
सतत चर	इस चर का मान कुछ भी हो सकता है और यह प्रकृति में सतत है।	वजन: 56.98 किलोग्राम, आयु: 2 वर्ष 5 माह
असतत चर	ये पूर्णांक के सेट होते हैं जो अलग-अलग होते हैं।	बच्चों की संख्या, दो पहिया वाहनों की संख्या।

अपनी प्रगति की जाँच कीजिए 1

- 1) सांख्यिकी को परिभाषित करें ।

.....

.....

.....

.....

.....

- 2) उपयुक्त उदाहरणों के साथ जनसंख्या और प्रतिदर्श की व्याख्या करें।

जनसंख्या	प्रतिदर्श
उदाहरण	उदाहरण

- 3) उपयुक्त उदाहरणों की सहायता से स्वतंत्र चर और आश्रित चर पर चर्चा करें।

.....

.....

.....

.....

- 4) प्रतीकों को पहचानें

प्रतीक	मापन
μ	
σ	
σ^2	
\bar{x}	
s	
s^2	

1.3 शोध में सांख्यिकी की भूमिका

एक विषय क्षेत्र के रूप में सांख्यिकी में वृहत संभावनाएँ और अनुप्रयोग हैं। यह नीति नियोजन, प्रबंधन, शिक्षा, विपणन, कृषि और चिकित्सा जैसे क्षेत्रों में उपयोगी है। इसके प्रमुख अनुप्रयोगों में से एक शोध है। इस संबंध में हमारी चर्चा मुख्य रूप से मनोवैज्ञानिक शोध पर केंद्रित होगी। लेकिन इससे पहले कि हम मनोवैज्ञानिक शोध में सांख्यिकी की भूमिका पर चर्चा करें, हम शोध की अवधारणा को समझने की कोशिश करेंगे, विशेष रूप से मनोविज्ञान के संदर्भ में।

सरल शब्दों में शोध को मौजूदा ज्ञान के कोष में वृद्धि करना कह सकते हैं। शोध (re-search) शब्द फ्रेंच शब्द 'recherche' से लिया गया है, जिसका अर्थ है यात्रा करना या सर्वेक्षण करना।

कर्लिगर (1995, पृष्ठ 10) वैज्ञानिक शोध को "किसी तरह की घटनाओं के बीच निर्धारित संबंधों के बारे में सिद्धांत और परिकल्पना द्वारा निर्देशित प्राकृतिक घटना की एक व्यवस्थित, नियंत्रित, अनुभवजन्य और महत्वपूर्ण जांच" के रूप में परिभाषित करते हैं।

बेस्ट और कहन (1999) ने शोध को एक विश्लेषण और अवलोकन की रिकॉर्डिंग के रूप में परिभाषित किया जो व्यवस्थित और वस्तुनिष्ठ तरीके से किया जाता है। और इस विश्लेषण और रिकॉर्डिंग से न केवल सामान्यीकरण हो सकता है, बल्कि सिद्धांतों का विकसित हो सकता है और भविष्यवाणियां भी की जा सकती हैं। शोध विभिन्न कारणों से किया जाता है जैसे, संबंधों की जांच करने के लिए, भविष्यवाणियां करने के लिए, परिकल्पना (ओं) का परीक्षण करने के लिए, तुलना करने के लिए, और जनसंख्या के बारे में निष्कर्ष निकालने के लिए आदि।

शोध के कुछ मुख्य घटकों में समस्या कथन, परिकल्पना (एं), प्रतिदर्श, शोध अभिकल्प, आँकड़ा संग्रह और आँकड़ा विश्लेषण सम्मिलित हैं। इनकी संक्षिप्त चर्चा इस प्रकार की गई है:

समस्या: समस्या को शोध के सामान्य उद्देश्य के रूप में वर्णित किया जा सकता है। इस प्रकार, यदि कोई शोधकर्ता किशोरों के प्रत्यक्षित माता-पिता व्यवहार और आत्म अवधारणा के बीच संबंध का शोध करना चाहते हैं, तो समस्या का कथन होगा "किशोरों के प्रत्यक्षित माता-पिता व्यवहार और आत्म अवधारणा के बीच संबंधों का अध्ययन"। समस्या का कथन शोध के सामान्य केंद्रीय बिन्दु के बारे में जानकारी प्रदान करता है। इसके अलावा, समस्या के कथन के आधार पर विशिष्ट उद्देश्य भी हो सकते हैं।

परिकल्पना (बहुवचन: परिकल्पनाएं): समस्या के कथन के आधार पर, परिकल्पना (ओं) का निरूपण किया जा सकता है। ये संभावित (टेंटेटिव) कथन हैं जिन्हें वैज्ञानिक शोध की सहायता से जांचा जाता है। परिकल्पना शून्य (नल) या वैकल्पिक परिकल्पना हो सकती है। (इनका विवेचन आनुमानिक सांख्यिकी के अंतर्गत किया जायेगा)।

प्रतिदर्श: कोई भी शोध एक प्रतिदर्श पर किया जाता है। प्रतिदर्श की प्रकृति और आकार शोध की प्रकृति और उद्देश्य पर निर्भर करेगी (सांख्यिकी के प्रमुख अवधारणाओं के अंतर्गत प्रतिदर्श की विस्तार से चर्चा की थी)। शोध की आवश्यकता की आधार पर, प्रतिदर्श प्राप्त करने के लिए या तो प्रायिकता या गैर-प्रायिकता प्रतिचयन तकनीकों का उपयोग किया जाता है।

शोध अभिकल्प (डिजाइन): किसी भी शोध में एक शोध अभिकल्प भी होता है जो शोध की रूपरेखा और संरचना के बारे में जानकारी प्रदान करता है। न केवल शोध समस्या के

समाधान की तलाश करने के लिए ही नहीं बल्कि किसी भी प्रसरण को नियंत्रित करने के लिए शोध अभिकला महत्वपूर्ण है। इस प्रकार, शोध अभिकल्प का एक साधन के रूप में वर्णन किया जा सकता है जो शोधकर्ता को शोध समस्या के उत्तर, निष्पक्षता, वैद्य और सटीक तरह से, आर्थिक पहलुओं को ध्यान में रखते हुए, ढूँढने में सहायता करता है (कर्लिगर, 1995)। कुछ शोध अभिकल्प जिनका उपयोग शोधकर्ता कर सकते हैं वे हैं प्रायोगिक अभिकल्प, गैर-प्रयोगात्मक अभिकल्प, अर्ध-प्रायोगिक अभिकल्प, घटकीय (फैक्टोरियल) अभिकल्प और छोटा N अभिकल्प।

ऑकड़ा संग्रह: शोध का अगला घटक ऑकड़ा संग्रह है। मानकीकृत मनोवैज्ञानिक परीक्षणों, साक्षात्कार विधि, अवलोकन, प्रश्नावली जैसे ऑकड़ा संग्रह के तरीकों की सहायता से ऑकड़ा एकत्र किया जा सकता है। शोध के उद्देश्यों के आधार पर प्रतिदर्श से ऑकड़ा एकत्र करने के लिए विभिन्न तरीकों का उपयोग किया जा सकता है।

ऑकड़ा विश्लेषण: ऑकड़ा संग्रह प्रक्रिया समाप्त हो जाने के बाद, ऑकड़े का विश्लेषण, गुणात्मक या मात्रात्मक विश्लेषण (या दोनों) की सहायता से किया जाता है। वर्तमान पाठ्यक्रम में, हम कुछ बुनियादी सांख्यिकी तकनीकों के बारे में जानेंगे जिनका उपयोग ऑकड़ों का विश्लेषण करने के लिए किया जा सकता है।

निष्कर्ष और सामान्यीकरण: ऑकड़ा विश्लेषण में प्राप्त परिणामों के आधार पर, निष्कर्ष निकाले जाते हैं और फिर शोधकर्ता जनसंख्या के परिणामों को सामान्य करने की स्थिति में होते हैं।

मनोवैज्ञानिक शोध में सांख्यिकी की भूमिका को समझने से पहले उपरोक्त बिन्दुओं को समझना प्रासंगिक है।

शोध के विभिन्न चरणों के दौरान सांख्यिकी एक महत्वपूर्ण भूमिका निभाती है। उदाहरण के लिए, शोध के लिए जनसंख्या से प्रतिदर्श लेते समय, सांख्यिकी का पर्याप्त उपयोग किया जा सकता है। एक शोध के लिए प्रतिदर्श का आकार ऑकड़ों की मदद से निर्धारित किया जा सकता है। और प्रतिदर्श आकार की गणना करने के लिए कुछ सूत्र का उपयोग किया जा सकता है। इसके अलावा, परीक्षण विकास में, सांख्यिकी का उपयोग परीक्षण की विश्वसनीयता और वैधता का पता लगाने के लिए किया जा सकता है। कारक (फैक्टर)

विश्लेषण जैसी तकनीकों का उपयोग ऑकड़ों की न्यूनता (रिडवान) के लिए प्रभावी रूप से किया जा सकता है, जो मनोवैज्ञानिक परीक्षणों के विकास में उपयोगी है। मानक के विकास में प्रसामान्य संभाव्यता वितरण का उपयोग किया जा सकता है। इस प्रकार, सांख्यिकी, परीक्षण विकास प्रक्रिया में एक महत्वपूर्ण भूमिका निभाती है।

एक शोधकर्ता द्वारा एकत्रित मात्रात्मक ऑकड़ा के विश्लेषण में सांख्यिकी एक अत्यंत महत्वपूर्ण भूमिका निभाती है। ऑकड़ों को विभिन्न सांख्यिकीय तकनीकों का उपयोग करके व्यवस्थित, वर्गीकृत किया जा सकता है। और ऑकड़ों का विश्लेषण भी किया जा सकता है ताकि अनुमान और निष्कर्ष निकाले जा सकें और निर्णय लेने में सहायता मिल सके। इस प्रकार प्राप्त परिणामों को सार्थक रूप से संक्षेपित किया जा सकता है और निष्कर्ष निकाले जा सकता है और उसी से भविष्यवाणियां की जा सकती हैं। ऑकड़ों का विश्लेषण करने के लिए वर्णनात्मक और अनुमानिक सांख्यिकी दोनों का उपयोग किया जा सकता है। ऑकड़ों को प्राप्त करते समय, सांख्यिकी की सहायता से, त्रुटियों की संभावना भी निर्धारित की जा सकती है, इस प्रकार परिशुद्धता की मात्रा (डिग्री) को बढ़ाया जा सकता है। वर्णनात्मक सांख्यिकी के संबंध में, असंसाधित ऑकड़ों को वर्गीकृत और सारणीबद्ध किया जा सकता है और फिर शोध के उद्देश्यों के आधार पर केंद्रीय प्रवृत्ति और परिवर्तनशीलता के उपायों का उपयोग किया जा सकता है। प्रभावी प्रस्तुति और आसान

समझ के लिए आँकड़ों को आलेखीय रूप से भी दर्शाया जा सकता है। अनुमानित सांख्यिकी के संबंध में, दो या अधिक प्रतिदर्श उप समूहों की तुलना की जा सकती है। इसके अलावा, जब एक या अधिक चर (ओं) की दूसरे चर (ओं) पर आधारित भविष्यवाणी करनी होती है तब भी सांख्यिकी का उपयोग किया जा सकता है।

सांख्यिकी को प्राचल (पैरामीट्रिक) और अप्राचल (नॉनपैरामीट्रिक) सांख्यिकी में वर्गीकृत किया जा सकता है। इन तकनीकों का विभिन्न परिस्थितियों में प्रभावी ढंग से उपयोग किया जा सकता है। उदाहरण के लिए, प्राचल सांख्यिकी की कुछ आवश्यकता होती है, जैसे कि आँकड़ों प्रसामान्य रूप से वितरित होना चाहिए, प्रतिदर्श सजातीय होना चाहिये और चर (ओं) का मापन अंतराल या अनुपात पैमानों पर करना संभव होना चाहिए। अप्राचल सांख्यिकी का उपयोग करने के लिए आँकड़ों का प्रसामान्य रूप में वितरित होना आवश्यक नहीं है, आँकड़ों में बहिर्वर्तीय (outliers) हो सकते हैं और चर (ओं) का मापन नामित या क्रम सूचक पैमानों पर करना संभव होना चाहिए।

सांख्यिकी एकभिन्न, द्विभिन्न या बहुचर हो सकती है। एकचर (univariate) वह है जहाँ केवल एक चर होता है, द्विचर (bivariate) दो चरों को दर्शाती है और बहुचर कई चरों को इंगित करता है। इस प्रकार, शोध के उद्देश्यों और प्रकृति के आधार पर, विभिन्न ढूँढने में सांख्यिकीय तकनीकों का उपयोग किया जा सकता है, जो कि माध्य, बहुलक जैसी सरल हो सकती हैं या कारक वि'लेषण और विभेदक विश्लेषण जैसे अधिक जटिल हो सकती हैं।

इस प्रकार, सांख्यिकी की शोध में मुख्य और महत्वपूर्ण भूमिका है। अगली इकाइयों और इकाइयां जो मनोवैज्ञानिक शोध के लिए सांख्यिकी विधि-II (जो आप चौथे छमाही में पढ़ेंगे) में चर्चा की जायेगी, इनमें आप सांख्यिकी के अलग अलग तकनीकों के विषय में जानेंगे।

अपनी प्रगति की जाँच कीजिए 2

1) शोध को परिभाषित करें।

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) परीक्षण विकास में सांख्यिकी की भूमिका की व्याख्या करें।

.....

.....

.....

.....

1.4 सांख्यिकी का अपनिर्वचन (गलत व्याख्या) और सीमाएँ

सांख्यिकी की कुछ अपनिर्वचन (गलत व्याख्या) और सीमाएँ इस प्रकार हैं:

- 1) सांख्यिकी का उपयोग एकल अवलोकन के लिए नहीं किया जा सकता है। सांख्यिकी की गणना करने के लिए हमें आँकड़ों या अवलोकन के समूह की आवश्यकता होती है। केवल एक अवलोकन के लिए, सांख्यिकी का उपयोग नहीं किया जा सकता है।
- 2) घटनाएँ जो प्रकृति में गुणात्मक हैं, सांख्यिकी के अधीन नहीं की जा सकती हैं। सांख्यिकी उन घटनाओं पर लागू होती है जिन्हें संख्या के संदर्भ में मापा जा सकता है।
- 3) सांख्यिकी के आधार पर संदर्भ सटीक नहीं हो सकते क्योंकि जो निष्कर्ष निकाले गए हैं, वे गणितीय नियमों पर आधारित हैं। सांख्यिकीय नियम अधिकांश अवलोकनों पर आधारित होते हैं और हर एक व्यक्ति के लिए लागू नहीं हो सकते हैं।
- 4) सांख्यिकी के परिणामों की पर्याप्त रूप से व्याख्या करने के लिए, सांख्यिकी के विषय में ज्ञान की आवश्यकता होती है, विशेष रूप से इस बात के संबंध में की किस तकनीक का उपयोग किया जाए और प्राप्त परिणामों की व्याख्या कैसे करें।
- 5) सांख्यिकी का आँकड़ा संग्रह प्रक्रिया पर कोई नियंत्रण नहीं है। प्राप्त परिणाम आँकड़ा संग्रह में किसी भी बेईमानी या पूर्वाग्रह का संकेत नहीं देंगे। इस प्रकार, सांख्यिकी का दुरुपयोग होने का खतरा है और यह सांख्यिकी के बजाय शोधकर्ता पर अधिक निर्भर करता है।
- 6) सांख्यिकी एक निश्चित घटना या घटना के विषय में एक पूरी तस्वीर प्रदान नहीं कर सकती है। एक निश्चित घटना पर कई कारक प्रभाव डाल सकते हैं, लेकिन सांख्यिकी केवल उन कारकों को मापने में सक्षम होंगे जो मात्रात्मक रूप से व्यक्त किए गए हैं।
- 7) प्राप्त किए गए परिणामों को विशेष रूप से अप्रशिक्षित व्यक्तियों (जिनके पास सांख्यिकीय तकनीकों, उसकी गणना और व्याख्या के विषय में पर्याप्त ज्ञान की कमी है) द्वारा गलत तरीके से व्याख्या किए जाने की संभावना है।
- 8) सांख्यिकीय निर्णयों में त्रुटियों की संभावना है।

अपनी प्रगति की जाँच कीजिए 3

- 1) सांख्यिकी की किसी भी दो सीमाओं को सूचीबद्ध करें।

.....

.....

.....

.....

.....

1.5 मापनी के पैमाने

मापनी एक ऐसी प्रक्रिया है जिसमें अवलोकनों को अर्थपूर्ण तरीके से संख्या निरूपित करना सम्मिलित है। अवलोकनों के परिमाणीकरण के गुणों में विचरण मौजूद हो सकता है। उदाहरण के लिए, 1 किलोग्राम गेहूं 2 किलोग्राम गेहूं का आधा है (यहां गेहूं को वजन के संदर्भ में मापा गया है)। गणित में छात्रों के प्रदर्शन के आधार पर क्रम (रैंक) दिया जा सकता है। उदाहरण के लिए, प्रथम क्रम प्राप्त करने वाले छात्र को 95 अंक प्राप्त हो सकते हैं, जबकि द्वितीय क्रम प्राप्त करने वाले छात्र के 80 अंक और तृतीय क्रम प्राप्त करने वाले छात्र के 79 अंक हो सकते हैं। जैसा कि देखा जा सकता है, दोनों उदाहरणों में संख्यात्मक गुण अलग-अलग हैं।

वर्ष 1946 में एस. एस. स्टीवंस द्वारा मापन के चार पैमानों की व्याख्या की गई जिसका उपयोग चर को मापने के लिए किया जा सकता है (एरॉन , एरॉन और कूप्स, 2009)। माप के इन चार पैमानों का वर्णन इस प्रकार है:

- 1) **नामित पैमाना:** नामित पैमाने का उपयोग उन चरों को मापने के लिए किया जा सकता है जो गुणात्मक और साथ ही प्रकृति में एकमात्र हैं। उदाहरण के लिए, लिंग, धर्म आदि। नामित (nominal) शब्द लैटिन शब्द 'नॉमिनलिस' से लिया गया है जो नाम से संबंधित है। हालांकि इस तरह के चर प्रकृति में गुणात्मक हैं, इन चरों के लिए संख्या निर्धारित की जा सकती है। उदाहरण के लिए, लिंग के संबंध में, पुरुषों को संख्या 1 और महिलाओं को संख्या 2 या इसके विपरीत (vice versa) निर्धारित की जा सकती है। इसी तरह धर्म के संबंध में, ईसाइयों को नंबर 1 निर्धारित की जा सकती है, हिंदुओं को संख्या 2 निर्धारित की जा सकती है, जैनों को संख्या 3 निर्धारित की जा सकती है, मुसलमानों को संख्या 4 और किसी भी अन्य (किसी अन्य धर्म से संबंधित उपरोक्त के अतिरिक्त) को संख्या 5 निर्धारित की जा सकती है। अपने आप में इन संख्याओं का कोई अर्थ नहीं है और ये वि'जुद्ध रूप से नामित हैं। उच्च संख्या उच्च भारत का संकेत नहीं देती है। वे मुख्य रूप से पहचान के लिए हैं और इसका अर्थ यह नहीं है कि एक निश्चित श्रेणी अन्य श्रेणी (ओं) से बेहतर या बदतर है। इस प्रकार, ऐसी संख्याओं को किसी गणितीय गणना के अधीन नहीं किया जा सकता है। उदाहरण के लिए, खेल में, जहां टीमें सम्मिलित होती हैं, जैसे क्रिकेट या फुटबॉल। टीम के सदस्यों के पास अपनी जर्सी पर नंबर होते हैं जो केवल पहचान के लिए होते हैं और यह जानकारी नहीं देते हैं कि क्या एक खिलाड़ी दूसरे (ओं) से अच्छा है।
- 2) **क्रमसूचक पैमाना:** क्रमसूचक (ऑर्डिनल) पैमाना में क्रम (रैंक्स) सम्मिलित होते हैं, यानी, आँकड़ों को वे कम या ज्यादा हैं, कम या उच्च, खराब या अच्छा इस आधार पर क्रम (रैंक्स) दिया जा सकता है। इस प्रकार आँकड़ों को उनके परिमाण के अनुसार क्रमबद्ध किया गया है। क्रमसूचक (ordinal) शब्द लैटिन 'ऑर्डिनैलिस' से व्युत्पन्न है, जो क्रम को दर्शाता है। उदाहरण के लिए, गणित में छात्रों के प्रदर्शन के आधार पर, उन्हें क्रम दिए जा सकते हैं। पहला क्रम प्राप्त करने वाले छात्र का प्रदर्शन, दूसरा क्रम प्राप्त करने वाले छात्र की तुलना में बेहतर होगा और दसवाँ क्रम प्राप्त करने वाले छात्र का प्रदर्शन पहले और दूसरे क्रम वाले छात्रों की तुलना में बहुत कम होगा। जैसा कि नामित पैमाने के साथ होता है, क्रमसूचक पैमाने में भी, संख्याओं को किसी भी गणितीय गणना के अधीन नहीं किया जा सकता है। इसके अलावा, क्रमसूचक पैमाने पर दो क्रमों के बीच अंतर की डिग्री या कोटि के विषय में कोई विचार नहीं है। उदाहरण के लिए, एक छात्र जिसने गणित में 75 अंक प्राप्त किए हैं, उसे प्रथम क्रम प्राप्त है, एक छात्र जिसने 65 अंक प्राप्त किए हैं, उसे दूसरा क्रम प्राप्त है,

और 64 अंक प्राप्त करने वाला छात्र को तीसरा क्रम प्राप्त है। जैसा कि इस उदाहरण में देखा जा सकता है, दूसरे क्रम और तीसरे क्रम की तुलना में प्रथम क्रम और दूसरे क्रम में प्राप्त अंकों के बीच अंतर की डिग्री अधिक है।

- 3) **अंतराल पैमाना:** मनोवैज्ञानिक चरों को मापने के लिए अंतराल मापनी का सबसे अधिक उपयोग किया जाता है। ये मापनी क्रमसूचक मापनी के समान हैं क्योंकि श्रेणियों को रैंक किया जा सकता है और साथ ही वे विशिष्ट भी हो सकते हैं, लेकिन दो प्रतिभागियों के बीच अंतर की डिग्री समान है। उदाहरण के लिए, 22 का प्राप्तांक प्राप्त करने वाले व्यक्ति और 23 के प्राप्तांक को प्राप्त करने वाले किसी अन्य व्यक्ति के बीच अंतर की डिग्री, 34 के प्राप्तांक को प्राप्त करने वाले व्यक्ति और 35 के प्राप्तांक को प्राप्त करने वाले किसी अन्य व्यक्ति के समान है। अंतराल मापनी में कोई यथार्थ शून्य नहीं होता है। उदाहरण के लिए, शून्य अभिवृत्ति का कोई व्यक्ति नहीं हो सकता। अंतराल मापनी को गणितीय गणनाओं के अधीन किया जा सकता है।
- 4) **अनुपात पैमाना:** अनुपात पैमाना में नामित, क्रम सूचक और अंतराल सहित सभी मापनियों के सभी गुण हैं। इसके अलावा, इसमें एक यथार्थ शून्य भी है, जो कुछ विशेषताओं की उपस्थिति या अनुपस्थिति को इंगित करता है। अनुपात मापनी आसन्न (सन्निकट) कोटियों या श्रेणियों के बीच समान दूरी प्रदर्शित करता है। उदाहरण के लिए, एक किलोग्राम गेहूँ और दो किलोग्राम गेहूँ और पाँच किलोग्राम गेहूँ और छह किलोग्राम गेहूँ में अंतर समान होता है। आगे 10 किलोग्राम गेहूँ 20 किलोग्राम गेहूँ का आधा है। साथ ही शून्य किलोग्राम गेहूँ दर्शाता है कि कोई गेहूँ नहीं है। अनुपात मापनी की सहायता से विभिन्न गणितीय गणनाएँ की जा सकती हैं।

मापनी के चारों पैमानों के गुणों और उदाहरणों के लिए तालिका 1.4 का संदर्भ लें।

तालिका 1.4: मापनी पैमानों के गुण और उदाहरण

गुण	नामित	क्रमसूचक	अंतराल	अनुपात
श्रेणियाँ एकमात्र या विशिष्ट हैं	✓	✓	✓	✓
श्रेणियों को एक क्रम में व्यवस्थित किया जा सकता है		✓	✓	✓
आसन्न श्रेणियों के बीच समान दूरी			✓	✓
यथार्थ शून्य				✓
उदाहरण	छात्रों का अनुक्रमांक	मनोविज्ञान कक्षा की परीक्षण में छात्रों द्वारा प्राप्त क्रम	अभिवृत्ति मापनी में व्यक्तियों का प्राप्तांक	स्मृति परीक्षण में व्यक्तियों द्वारा त्रुटियाँ

अपनी प्रगति की जाँच करें 4

1) अंतराल और अनुपात पैमानों की व्याख्या करें।

.....
.....
.....
.....

2) नामित और क्रमसूचक पैमानों के लिए उदाहरण प्रस्तुत करें।

.....
.....
.....
.....

1.6 वर्णनात्मक और आनुमानिक सांख्यिकी

सांख्यिकी को वर्णनात्मक और आनुमानिक सांख्यिकी में, वर्गीकृत किया जा सकता है। इस इकाई के वर्तमान अनुभाग में, हम इन के बारे में विस्तार से बताएंगे।

1.6.1 वर्णनात्मक सांख्यिकी

आइए एक उदाहरण की सहायता से वर्णनात्मक सांख्यिकी को समझें। एक शिक्षिका 100 अंकों के लिए अंग्रेजी लेखन कौशल पर अपने छात्रों की परीक्षा लेती है। जैसा कि वह परीक्षा प्राप्तांक प्राप्त करती है, उसे पता चलता है कि कक्षा द्वारा प्राप्त औसत अंक 65 है। उसे यह भी पता चला है की 10 प्रतिशत छात्रों को अंग्रेजी लेखन कौशल के संबंध में सहायता की आवश्यकता है। उनके छात्रों में से एक, टीना ने परीक्षा में बहुत अच्छा प्रदर्शन किया और अच्छा प्राप्तांक प्राप्त किया जो कि उनकी कक्षा के 85% छात्रों से बेहतर है। इस उदाहरण से, यह देखा जा सकता है कि जिन सांख्यिकी तकनीकों का उपयोग शिक्षिका ने किया है, वे हैं माध्य या औसत, प्रतिशत और शतमक। इन और अन्य तकनीकों को वर्णनात्मक सांख्यिकी के तहत वर्गीकृत किया जा सकता है।

वर्णनात्मक सांख्यिकी में मुख्य रूप से विवरण और आँकड़ों का संगठन सम्मिलित है। इसे एक ऐसी तकनीक के रूप में कहा जा सकता है जो वितरण की प्रमुख विशेषताओं के संक्षेपण में सहायता करती है।

प्रतिदर्श के गुणों के आधार पर, वर्णनात्मक सांख्यिकी को निम्नलिखित में वर्गीकृत किया जा सकता है (मोहंती और मिश्रा, 2016, पृष्ठ 7):

- **स्थान की सांख्यिकी:** इस वर्ग में केंद्रीय प्रवृत्ति जैसे की माध्य, मध्यिका और बहुलक सम्मिलित है। इनके साथ आवृत्ति वितरण और शतमक जैसे तकनीक भी सम्मिलित हैं।
- **विचलन की सांख्यिकी:** इस वर्ग में परास, चतुर्थक विचलन, मानक विचलन, औसत विचलन और प्रसरण जैसे तकनीक सम्मिलित हैं।
- **सहसंबंध की सांख्यिकी:** सहसंबंध के गुणांक जैसे पियर्सन के गुणन आधूर्ण सहसंबंध, स्पीयरमैन के स्थिति क्रम (रैंक) सहसंबंध और कंडल के क्रम (रैंक) सहसंबंध

सम्मिलित हैं। सहसंबंध मुख्य रूप से चरों के बीच के संबंधों को समझने में हमारी सहायता करता है।

वर्तमान पाठ्यक्रम में मुख्य ध्यान वर्णनात्मक सांख्यिकी पर होगा और उपर्युक्त विषयों को बाद की इकाइयों में सम्मिलित किया जाएगा।

1.6.2 आनुमानिक सांख्यिकी

एक उदाहरण के साथ अपनी चर्चा प्रारंभ करते हैं। एक शोधकर्ता दक्षिण दिल्ली में किशोरों की संवेगात्मक बुद्धि और आत्म अवधारणा पर एक शोध कर रही थी। उसने दक्षिण दिल्ली के विभिन्न स्कूलों से प्रतिनिधि प्रतिदर्श (N = 500) चुना और किशोरों पर संवेगात्मक बुद्धि और आत्म अवधारणा के मानकीकृत उपकरण क्रियान्वित किया। शोधकर्ता यह पता लगाने की इच्छुक थी कि क्या इन दो चरों के संघर्ष में किशोर बालक और बालिकाओं के द्वारा प्राप्त किए गए औसत अंकों के बीच महत्वपूर्ण अंतर मौजूद है या नहीं। इसके लिए उसने स्वतंत्र t-परीक्षण तकनीक का इस्तेमाल किया। संवेगात्मक बुद्धि संबंध में किशोर बालिकाओं द्वारा प्राप्त किए गए माध्य प्राप्तांक किशोर बालकों द्वारा प्राप्त किए गए माध्य प्राप्तांक से अधिक थे। यह दर्शाता है कि किशोर बालिकाओं में किशोर बालकों की तुलना में संवेगात्मक बुद्धि अधिक है। हालांकि, आत्म अवधारणा के संघर्ष में किशोर बालकों और किशोर बालिकाओं के बीच कोई सार्थक अंतर नहीं पाया गया है।

शोधकर्ता यह भी जानना चाहती थी कि किशोरों के प्रावस्था (प्रारंभिक, मध्य और देर) के संबंध में संवेगात्मक बुद्धि और आत्म अवधारणा में सार्थक अंतर मौजूद है या नहीं। इसके लिए, प्रसरण के विश्लेषण (ANOVA) का उपयोग किया गया और परिणामों ने संकेत दिया कि दोनों चर के संबंध में चरणों (प्रारंभिक, मध्य और देर) के आधार पर सार्थक अंतर मौजूद नहीं है। स्वतंत्र t-परीक्षण और प्रसरण के विश्लेषण (ANOVA) ऐसी तकनीकें हैं जिन्हें आनुमानिक सांख्यिकी के अंतर्गत श्रेणीबद्ध किया जा सकता है (आनुमानिक सांख्यिकी के अंतर्गत आने वाली तकनीकों का विवरण मनोवैज्ञानिक शोध के लिए सांख्यिकी विधि-II के पाठ्यक्रम में दिया जाएगा)।

आनुमानिक सांख्यिकी में, प्रतिनिधि प्रतिदर्श के आधार पर जनसंख्या के विषय में निष्कर्ष निकाला जाता है। जैसा कि वीराराघवन और शेटगोवेकर (2016, पृष्ठ 5) ने कहा है "आनुमानिक सांख्यिकी संभाव्यता सिद्धांत पर आधारित गणितीय विधियों को संदर्भित करते हैं और बड़ी जनसंख्या से लिए गए प्रतिदर्श के विशिष्ट विशेषताओं का तर्क और अनुमान लगाने में मदद करते हैं"। अनुमान और भविष्यवाणियां करने के लिए भी आनुमानिक सांख्यिकी का प्रभावी ढंग से उपयोग किया जा सकता है।

आनुमानिक सांख्यिकी के अंतर्गत मुख्य रूप से दो प्रकार की प्रक्रियाएँ हैं, अनुमान और परिकल्पना परीक्षण। आईए इन दोनों पर चर्चा करते हैं:

1.6.2.1 अनुमान

अनुमान का मतलब है किसी भी घटना की संभावना का अनुमान लगाना (वीराराघवन और शेटगोवेकर, 2016)। आनुमानिक सांख्यिकी की व्याख्या से पता चलता है, प्रतिदर्श (जो जनसंख्या के प्रतिनिधि हैं) के आधार पर निष्कर्ष निकाला गया है और इन निष्कर्षों को फिर पूरी जनसंख्या के लिए सामान्यीकृत किया जा सकता है। इन संदर्भों में, शोधकर्ता अनुमान लगाएंगे जो वास्तविक या सही जनसंख्या मान के करीब होगा।

अनुमान दो प्रकार के होते हैं: बिंदु अनुमान और अंतराल अनुमान

बिंदु अनुमान: यह एक प्रकार का अनुमान है जिसमें मान एकल बिंदु होता है। उदाहरण के लिए, प्रतिदर्श माध्य के लिए अनुमान 46.8 है जो जनसंख्या माध्य के बराबर होने की अपेक्षा है। बिंदु अनुमान में प्रतिदर्श माध्य और प्रतिदर्श अनुपात सम्मिलित हैं। जनसंख्या का माध्य ' μ ' है और प्रतिदर्श का माध्य ' \bar{x} ' है। और यदि जनसंख्या अनुपात ' P ' है तो प्रतिदर्श अनुपात ' p ' होगा।

अंतराल अनुमान: अंतराल अनुमान में जनसंख्या प्राचल अंतराल या दो संख्याओं के बीच आ सकता है। इस प्रकार, जनसंख्या माध्य ' μ ' के लिए, अंतराल आकलन $a < x < b$ होगा। अंतराल अनुमान b से कम लेकिन a से अधिक होगा। उदाहरण के लिए, अंतराल आकलन 45–47 हो सकता है, जिसके भीतर यह अपेक्षित है कि जनसंख्या माध्य स्थित होगा। इस अंतराल के आधार पर शोधकरता 95% या 99% विश्वास स्तर पर आधारित भरोसा कर सकते हैं की अनुमान जनसंख्या मान के सन्निकट है। अंतराल अनुमान में माध्य के लिए विश्वास अंतराल और अनुपात के लिए विश्वास अंतराल सम्मिलित है।

जब अनुमान किया जाता है तो घटाव-बढ़ाव हो सकते हैं और ये विभिन्न कारणों से हो सकते हैं जिनमें संभावना कारक और प्रतिचयन त्रुटि सम्मिलित हैं।

शोधकर्ता द्वारा तैयार किए गए निष्कर्षों को किसी भी संभावना कारकों से मुक्त होने की आवश्यकता है। उदाहरण के लिए, एक शोधकर्ता शोध कर रहे हैं कि क्या सरकारी और निजी बैंक कर्मचारियों की नौकरी की संतुष्टि में सार्थक अंतर मौजूद है या नहीं। आँकड़ा संग्रह और आँकड़ा विश्लेषण करने के बाद, यह परिणाम प्राप्त होता है कि ऐसा अंतर मौजूद है, तो ऐसे परिणाम संभावना कारकों के परिणामस्वरूप नहीं होने चाहिए। यदि ऐसा अंतर ± 1.96 के दायरे में आता है, तो महत्वपूर्ण अंतर को वास्तविक कहा जा सकता है, न कि संभावना कारकों के कारण।

घटाव-बढ़ाव प्रतिचयन त्रुटि के परिणामस्वरूप भी हो सकता है जो तब होता है जब शोधकर्ता द्वारा चुना गया प्रतिदर्श शोध की जा रही जनसंख्या का प्रतिनिधि नहीं होता है। एक प्रतिदर्श जो जनसंख्या का प्रतिनिधि नहीं है, ऐसे प्रतिदर्श के विशिष्ट गुण जनसंख्या के सामान नहीं होंगे और इस प्रकार ऐसे प्रतिदर्श से प्राप्त परिणामों के आधार पर जनसंख्या के लिए निष्कर्ष नहीं निकले जा सकते हैं। प्रतिचयन त्रुटियों से बचने के लिए प्रतिचयन करते समय सावधानी बरतनी चाहिए। बड़ा प्रतिदर्श लेने से भी प्रतिचयन त्रुटियों से बचा जा सकता है।

1.6.2.2 परिकल्पना परीक्षण

शोध के महत्वपूर्ण पहलुओं में से एक परिकल्पना परीक्षण है। परिकल्पना एक अस्थायी कथन है जिसे शोध की प्रक्रिया के दौरान जांचा जाता है। परिकल्पना निश्चित घटना से संबंधित और सिद्धांत पर आधारित होती है।

परिकल्पना को मान्य करने के लिए शोधकर्ता द्वारा आँकड़ा एकत्र किया जाता है और इन आँकड़ों का आँकड़ा विश्लेषण किया जाता है और इस विश्लेषण के परिणामों के आधार पर परिकल्पना अस्वीकार या स्वीकार की जाती है।

परिकल्पना परीक्षण को एक प्रक्रिया के रूप में भी संदर्भित किया जाता है जिसमें जनसंख्या मान के संबंध में सांख्यिकीय निर्णय होता है जो प्रतिदर्श मान पर आधारित होता है" (वीराराघवन और शेटगोवेकर, 2016, पृष्ठ 9)। अनुमान लगते समय, यह सुनिश्चित करने की आवश्यकता है कि संभावना (संभाव्यता) कारक या भ्रमित कारकों से प्रभावित परिणामों के कारण परिकल्पना को गलत तरीके से स्वीकार या अस्वीकार नहीं किया गया है।

परिकल्पना के प्रकार: परिकल्पना के दो प्रकार हैं:

शून्य (नल) परिकल्पना: शोध विषय और चरों को साहित्य की समीक्षा के आधार पर निश्चित करने के बाद शोध करता समस्या कथन के आधार पर परिकल्पना तैयार करते हैं। शोध में शोधकर्ता की कोणीय शून्य परिकल्पना को अस्वीकार करना होती है। शून्य परिकल्पना को 'बिना अंतर' परिकल्पना भी कहा जाता है। उदाहरण के लिए, यदि एक शोधकर्ता शोध करना चाहते हैं की क्या सरकारी और निजी बैंक कर्मचारियों की नौकरी की संतुष्टि में सार्थक अंतर है या नहीं, तो वह एक शून्य परिकल्पना तैयार करेंगे की 'सरकारी और निजी बैंक कर्मचारियों की नौकरी की संतुष्टि में कोई सार्थक अंतर मौजूद नहीं है' और फिर प्राप्त परिणामों के आधार पर परिकल्पना को अस्वीकार या स्वीकार कर लिया जाएगा।

वैकल्पिक परिकल्पना: वैकल्पिक परिकल्पना को शून्य परिकल्पना के काउंटर कथन (counter proposition) कहा जा सकता है (वीराराघवन और शेटगोवेकर, 2016)। यह सिद्धांत के आधार पर शोधकर्ता द्वारा तैयार की जाती है। परिकल्पना में कहा जाता है कि दो समूहों के बीच एक सार्थक अंतर है। उदाहरण के लिए, शोधकर्ता वैकल्पिक परिकल्पना तैयार कर सकते हैं की 'सरकारी और निजी बैंक कर्मचारियों की नौकरी की संतुष्टि में सार्थक अंतर होगा'। यह एक तटस्थ वैकल्पिक परिकल्पना भी है जो कोई भी दिशा प्रदान नहीं करती है और इसे अदिशात्मक परिकल्पना कहा जाता है। वैकल्पिक परिकल्पना दिशात्मक भी हो सकती है। उदाहरण के लिए, 'सरकारी बैंक कर्मचारी की नौकरी की संतुष्टि निजी बैंक कर्मचारियों के तुलना में उच्च (या निम्न) होगी। साहित्य की समीक्षा के आधार पर ऐसी परिकल्पना तैयार की जाती है।

परिकल्पना परीक्षण के चरण: परिकल्पना परीक्षण में सम्मिलित चरण इस प्रकार हैं:

चरण 1: शून्य परिकल्पना (H₀)/वैकल्पिक परिकल्पना (H₁) शोधकर्ता द्वारा निर्दिष्ट की जाती है।

चरण 2: सार्थकता का एक स्तर चुना जाता है। सार्थकता का यह स्तर 0.05 स्तर या 0.01 स्तर हो सकता है। सांख्यिकी के संदर्भ में सार्थकता का अर्थ 'संभवतः सही' हो सकता है, जो यह संकेत देता है कि परिणाम सार्थकता के निर्दिष्ट स्तर पर संभावना कारकों से मुक्त हैं। उदाहरण के लिए, यदि सरकारी और निजी बैंक कर्मचारियों की नौकरी की संतुष्टि में सार्थक अंतर मौजूद है, तो शोधकर्ता प्राप्त परिणामों के संघर्ष में 95% (सार्थकता का 0.05 स्तर, $p < 0.05$) या 99% (0.01 के सार्थकता का स्तर, $p < 0.01$) से आश्वस्त हो सकते हैं (p 'संभाव्यता मान' प्रतीके है)। ऐसा इसलिए है क्योंकि मानव प्रतिभागियों के साथ शोध करते समय, 100% सटीकता प्राप्त नहीं की जा सकती है। इस प्रकार, 5% या 1% संभावना हो सकती है कि परिणाम संभावना या भ्रमित कारकों के कारण हैं। क्या शून्य परिकल्पना को स्वीकार या अस्वीकार किया गया है, यह इस बात पर निर्भर करेगा कि आँकड़ा विश्लेषण के बाद प्राप्त सांख्यिकीय मान तालिका मान से अधिक या कम है यह सार्थकता 0.05 या 0.01 के स्तर पर निर्दिष्ट हो सकती है (सांख्यिकी की किसी भी पुस्तक के अंत में विभिन्न सांख्यिकीय तकनीकों के लिए तालिकाएँ प्रदान की गई हैं)। यदि प्राप्त मान तालिका में दिये गये मान से अधिक है, तो शून्य परिकल्पना को अस्वीकार कर दिया जाता है, और यदि प्राप्त मान तालिका में दिये गये मान से कम है, तो शून्य परिकल्पना स्वीकार की जाती है।

प्ररूप I और प्ररूप II त्रुटियाँ: परिकल्पना परीक्षण की प्रक्रिया में, दो त्रुटियाँ हो सकती हैं, प्ररूप I और प्ररूप II त्रुटियाँ। ये तालिका 1.5 से अधिक स्पष्ट होंगे।

तालिका 1.5: प्ररूप I और प्ररूप II त्रुटियां

	शून्य परिकल्पना सत्य है	शून्य परिकल्पना असत्य है
शून्य परिकल्पना अस्वीकृत	प्ररूप I त्रुटि	निर्णय सही है
शून्य परिकल्पना स्वीकार	निर्णय सही है	प्ररूप II त्रुटि

जैसा कि तालिका 1.5 में देखा जा सकता है कि शोधकर्ता सही निर्णय ले रहे होंगे जब एक असत्य शून्य परिकल्पना को अस्वीकार कर दिया जाता है और जब सत्य शून्य परिकल्पना को स्वीकार कर दिया जाता है। हालाँकि, ऐसा हो सकता है कि एक शून्य परिकल्पना को अस्वीकार कर दिया जाता है, जबकि वह सत्य है और इसे प्ररूप I त्रुटि कहा जाता है। दूसरी ओर, जब एक असत्य शून्य परिकल्पना को स्वीकार किया जाता है तो उसे प्ररूप II त्रुटि कहा जाता है।

चरण 3: शून्य परिकल्पना(ओं) में निर्दिष्ट प्राचल के आधार पर, सांख्यिकी की गणना की जाती है। एक प्रतिदर्श शोधकर्ता द्वारा लिया जाता है और आँकड़ा एकत्र किया जाता है। इस प्रकार प्रतिदर्श (प्रतिनिधि) से प्राप्त की गई सांख्यिकी, जनसंख्या मापदंडों के बारे में अनुमान लगाने के लिए उपयोग की जाती है।

चरण 4: निर्णय किया जाता है कि शून्य परिकल्पना(ओं) को स्वीकार करना या अस्वीकार करना है। इस संबंध में, P मान या संभाव्यता स्तर का चयन किया जाता है जैसे चरण 2 में बताया गया था और तदनुसार शोधकर्ता द्वारा निर्णय लिया जाता है कि शून्य परिकल्पना को स्वीकार या अस्वीकार करना है।

अपनी प्रगति की जाँच कीजिए 5

1) वर्णनात्मक सांख्यिकी के तीन श्रेणियों को सूचीबद्ध करें।

.....

.....

.....

.....

2) शून्य परिकल्पना क्या है?

.....

.....

.....

.....

3) प्ररूप I और प्ररूप II त्रुटियों को स्पष्ट करें।

प्ररूप I त्रुटि	प्ररूप II त्रुटि

1.7 सारांश

संक्षेप में, वर्तमान इकाई में, हमने मुख्य रूप से सांख्यिकी शब्द पर ध्यान केंद्रित किया। सांख्यिकी को गणित की एक शाखा या उप क्षेत्र के रूप में वर्णित किया जा सकता है जो मुख्य रूप से संगठन के साथ-साथ संख्याओं के समूह के विश्लेषण और व्याख्या से संबंधित है। "सांख्यिकी" (statistics) शब्द की उत्पत्ति इटैलियन शब्द 'स्टैटिस्टा' से हुई है, अर्थात् एक व्यक्ति जो राज्य से संबंधित मामलों और गतिविधियों से संबंधित है। इसके अलावा, इस इकाई में सांख्यिकी के मुख्या अवधारणायें जैसे कि जनसंख्या, प्रतिदर्श, प्राचल, सांख्यिकी और चर पर भी चर्चा की गई। शोध में सांख्यिकी की भूमिका के साथ सांख्यिकी का प्रतिदर्श चयन और आँकड़ों विश्लेषण में अनुप्रयोग पर भी चर्चा की गई।

सांख्यिकी की सीमाओं और अपनिर्वचन पर भी चर्चा की गई। मापनी के चार पैमाने, नामित पैमाना, क्रमसूचक पैमाना, अंतराल पैमाना और अनुपात पैमाना पर उदाहरण के साथ चर्चा की गई है। अंत में वर्णनात्मक और आनुमानिक सांख्यिकी के विषय में प्राचल प्राचल बताया गया है। वर्णनात्मक सांख्यिकी में मुख्य रूप से आँकड़ों का संगठन और विवरण सम्मिलित है। इसे एक ऐसी तकनीक के रूप में कहा जा सकता है जो वितरण की प्रमुख विशेषताओं के संक्षिप्तीकरण में मदद करती है। आनुमानिक सांख्यिकी में, प्रतिनिधि प्रतिदर्श के आधार पर जनसंख्या के लिए निष्कर्ष निकाले जाते हैं। आनुमानिक सांख्यिकी के तहत, अनुमान और परिकल्पना परीक्षण पर चर्चा की गई है।

1.8 संदर्भ

Aron and Aron (2009). Statistics for Psychology (5th ed). New Delhi: Pearson 2.
Howell, D. (2009). Statistical Methods for Psychology (7th ed.). Wadsworth.

Best, J. W and Kahn, J. V. (1999). Research in Education. New Delhi: Prentice Hall of India Pvt. Ltd. for information on research designs.

Kerlinger, Fred, N. (1995). Foundations of Behavioural Research. Bangalore: Prism Books Pvt. Ltd. for information on research, research designs, types of research and methods of data collection.

King, Bruce. M; Minium, Edward. W. (2008). Statistical Reasoning in the Behavioural Sciences. Delhi: John Wiley and Sons, Ltd.

Mangal, S. K. (2002). Statistics in psychology and Education. new Delhi: Phi Learning Private Limited. Minium, E. W., King, B. M., & Bear, G. (2001). Statistical reasoning in psychology and education. Singapore: John-Wiley.

Mohanty, B and Misra, S. (2016). Statistics for Behavioural and Social Sciences. Delhi: Sage.

Veeraraghavan, V and Shetgovekar, S. (2016). Textbook of Parametric and Non-parametric Statistics. Delhi: Sage.

1.9 शब्दावली

सांख्यिकी	: सांख्यिकी को गणित की एक शाखा या उप क्षेत्र के रूप में वर्णित किया जा सकता है जो मुख्य रूप से संगठन के साथ-साथ कई समूहों के विश्लेषण और व्याख्या से संबंधित है।
जनसंख्या	: इस शब्द का उपयोग व्यक्तियों, वस्तुओं, तत्वों, जानवरों या यहां तक कि प्रतिक्रियाओं का वर्णन करने के लिए किया जा सकता है जो विशिष्ट विशेषताओं का एक प्रतिरूप प्रदर्शित करते हैं।
प्रतिदर्श	: प्रतिदर्श को शोध में भाग लेने वाले व्यक्तियों के समूह के रूप में परिभाषित किया जा सकता है।
प्राचल	: प्राचल को "जनसंख्या का एक माप" के रूप में वर्णित किया जा सकता है और यह जनसंख्या के सभी व्यक्तियों के केंद्रीय मान, विचलन, सहसंबंध और इसी तरह के सूचकांकों को संदर्भित करता है" (मोहंती और मिश्रा, 2016, पृष्ठ 3)।
नामित मापनी	: नामित पैमाने का उपयोग उन चरों को मापने के लिए किया जा सकता है जो गुणात्मक होने के साथ ही प्रकृति में एकमात्र हैं।
क्रमसूचक मापनी	: क्रमसूचक मापनी में क्रम सम्मिलित होते हैं, अर्थात्, आँकड़ों को, वे कम या ज्यादा हैं, कम या उच्च, खराब या अच्छा इस आधार पर क्रम दिया जा सकता है।
अंतराल पैमाना	: मनोवैज्ञानिक चरों को मापन के लिए अंतराल मापनी का सबसे अधिक उपयोग किया जाता है। ये मापनी क्रमसूचक मापनी के समान हैं क्योंकि श्रेणियों को क्रमबद्ध किया जा

सकता है और साथ ही वे विशिष्ट भी हो सकते हैं, लेकिन दो प्रतिभागियों के बीच अंतर की मात्रा या डिग्री समान होती है।

अनुपात पैमाना : अनुपात मापनी में, नामित, क्रमसूचक और अंतराल सहित सभी मापनियों के सभी गुण हैं। इसके अलावा, इसमें एक यथार्थ शून्य भी होता है, जो कुछ विशेषताओं की उपस्थिति या अनुपस्थिति को इंगित करता है।

1.10 अपनी प्रगति की जाँच कीजिए के उत्तर

अपनी प्रगति की जाँच कीजिए 1

1) सांख्यिकी को परिभाषित करें

सांख्यिकी को गणित की एक शाखा या उप क्षेत्र के रूप में वर्णित किया जा सकता है जो मुख्य रूप से संगठन के साथ-साथ संख्याओं के समूह के विश्लेषण और व्याख्या से संबंधित है।

2) उपयुक्त उदाहरण के साथ जनसंख्या और प्रतिदर्श की व्याख्या करें।

जनसंख्या	प्रतिदर्श
इस शब्द का उपयोग व्यक्तियों, वस्तुओं, तत्वों, जानवरों या यहां तक कि प्रतिक्रियाओं का वर्णन करने के लिए किया जा सकता है जो विशिष्ट विशेषताओं का एक प्रतिरूप प्रदर्शित करते हैं।	प्रतिदर्श को शोध में भाग लेने वाले व्यक्तियों के समूह के रूप में परिभाषित किया जा सकता है।
उदाहरण: मुंबई में कामकाजी महिलाएँ	उदाहरण: एक शोध में सम्मिलित कामकाजी महिलाएँ (N=200)

3) उपयुक्त उदाहरण के साथ स्वतंत्र चर और आश्रित चर पर चर्चा करें।

चर जिसे शोधकर्ता द्वारा प्रहस्तन (manipulated) किया जाता है वह स्वतंत्र चर कहलाता है। एक शोध में, स्वतंत्र चर में फेर बदल करने पर किसी भी परिवर्तन के लिए मापा जाने वाला चर आश्रित चर है। उदाहरण के लिए, प्रदर्शन पर तापमान (उच्च और निम्न) के प्रभाव पर एक शोध में, तापमान स्वतंत्र चर है और प्रदर्शन आश्रित चर है।

4) प्रतीकों की पहचान करें

प्रतीक	मापन
μ	प्राचल माध्य
σ	प्राचल मानक विचलन

σ^2	प्राचल प्रसरण
\bar{x}	सांख्यिकीय माध्य
s	सांख्यिकीय मानक विचलन
s^2	सांख्यिकीय प्रसरण

अपनी प्रगति की जाँच कीजिए 2

1) शोध को परिभाषित करें।

सरल शब्दों में शोध को मौजूदा ज्ञान के कोष में वृद्धि करना कह सकते हैं शोध (research) “शब्द फ्रेंच शब्द ‘recherche’ से लिया गया है, जिसका अर्थ है यात्रा करना या सर्वेक्षण करना।

कर्लिंगर (1995, पृष्ठ 10) वैज्ञानिक शोध को “किसी तरह की घटनाओं के बीच निर्धारित संबंधों के बारे में सिद्धांत और परिकल्पना द्वारा निर्देशित प्राकृतिक घटना की एक व्यवस्थित, नियंत्रित, अनुभवजन्य और महत्वपूर्ण जांच” के रूप में परिभाषित करते हैं।

2) परीक्षण विकास में सांख्यिकी की भूमिका की व्याख्या करें।

परीक्षण विकास में सांख्यिकी का उपयोग परीक्षण की विश्वसनीयता और वैधता का पता लगाने के लिए किया जा सकता है। कारक विश्लेषण जैसी तकनीक का उपयोग आँकड़ों के न्यूनन (reduction) के लिए प्रभावी रूप से किया जा सकता है, जो मनोवैज्ञानिक परीक्षणों के विकास में भी प्रयोग होता है। मानदंडों के विकास में प्रसामान्य वितरण का उपयोग किया जा सकता है। इस प्रकार सांख्यिकी परीक्षण विकास प्रक्रिया में महत्वपूर्ण भूमिका निभा सकती है।

अपनी प्रगति की जाँच कीजिए 3

1) सांख्यिकी की किसी भी दो सीमाओं को सूचीबद्ध करें।

- सांख्यिकी का उपयोग एकल अवलोकन के लिए नहीं किया जा सकता। सांख्यिकी की गणना करने के लिए हमें आँकड़ों या अवलोकन के समूह की आवश्यकता होती है। केवल एक अवलोकन के लिए, सांख्यिकी का उपयोग नहीं किया जा सकता है।
- घटनाएँ जो प्रकृति में गुणात्मक हैं, सांख्यिकी के अधीन नहीं की जा सकती। सांख्यिकी उन घटनाओं पर लागू होती है जिन्हें संख्या के संदर्भ में मापा जा सकता है।

अपनी प्रगति की जाँच कीजिए 4

1) अंतराल और अनुपात पैमानों की व्याख्या करें।

मनोवैज्ञानिक चरों को मापन के लिए अंतराल मापनी का सबसे अधिक उपयोग किया जाता है। ये मापनी क्रमसूचक मापनी के समान हैं क्योंकि श्रेणियों को क्रमबद्ध किया जा सकता है और साथ ही वे विशिष्ट भी हो सकते हैं, लेकिन दो प्रतिभागियों

के बीच अंतर की मात्रा या डिग्री समान होती है। अनुपात मापनी में, नामित, क्रम सूचक और अंतराल सहित सभी मापनियों के सभी गुण हैं। इसके अलावा, इसमें एक यथार्थ शून्य भी है, जो कुछ विशेषताओं की उपस्थिति या अनुपस्थिति को इंगित करता है।

2) नामित और क्रमसूचक पैमानों के लिए उदाहरण प्रस्तुत कीजिए।

नामित मापने का उदाहरण फुटबॉल खिलाड़ियों की जर्सी संख्या है और एक परीक्षा में छात्रों द्वारा प्राप्त किए गए स्थान (क्रम) क्रमसूचक पैमाने का उदाहरण हो सकता है।

अपनी प्रगति की जाँच कीजिए 5

1) वर्णनात्मक सांख्यिकी की तीन श्रेणियों को सूचीबद्ध करें।

वर्णनात्मक सांख्यिकी की तीन श्रेणियां हैं:

- **स्थान की सांख्यिकी:** इस वर्ग में केंद्रीय प्रवृत्ति जैसे की माध्य, मध्यिका और बहुलक सम्मिलित है। इनके साथ आवृत्ति वितरण और शतमक जैसे तकनीक भी सम्मिलित हैं।
- **विचलन की सांख्यिकी:** इस वर्ग में परास, चतुर्थक विचलन, मानक विचलन आ. सत विचलन और प्रसरण जैसे तकनीक सम्मिलित हैं।
- **सहसंबंध की सांख्यिकी:** सहसंबंध के गुणांक जैसे पियर्सन के गुणन आधूर्ण सहसंबंध, स्पीयरमैन के स्थिति क्रम (रैंक) सहसंबंध और केंडल के क्रम (रैंक) सहसंबंध सम्मिलित हैं। सहसंबंध मुख्य रूप से चरों के बीच के संबंधों को समझने में हमारी सहायता करता है।

2) शून्य परिकल्पना क्या है?

शून्य परिकल्पना इंगित करती है कि दो समूहों के बीच कोई सार्थक अंतर नहीं है।

3) प्ररूप I और प्ररूप II त्रुटियां स्पष्ट करें।

प्ररूप I त्रुटि	प्ररूप II त्रुटि
जब शून्य परिकल्पना सत्य होती है लेकिन हम इसे अस्वीकार कर देते हैं।	जब शून्य परिकल्पना असत्य होती है लेकिन हम इसे स्वीकार करते हैं।

1.11 इकाई अंत प्रश्न

1) सांख्यिकी में प्रमुख अवधारणाओं की व्याख्या कीजिए।

2) शोध में सांख्यिकी की भूमिका का वर्णन कीजिए।

3) उपयुक्त उदाहरणों के साथ मापनी के पैमानों का वर्णन कीजिए।

4) वर्णनात्मक सांख्यिकी को स्पष्ट कीजिए।

5) परिकल्पना परीक्षण में सम्मिलित चरणों पर ध्यान देते हुए परिकल्पना परीक्षण की व्याख्या कीजिए।

इकाई 2 आँकड़ों का संगठन और रेखाआकृतिय प्रदर्शन *

संरचना

- 2.0 उद्देश्य
- 2.1 प्रस्तावना
- 2.2 गुणात्मक और मात्रात्मक आँकड़ों का वर्गीकरण और सारणीकरण
 - 2.2.1 वर्गीकरण
 - 2.2.2 सारणीकरण
- 2.3 आवृत्ति वितरण का निर्माण
 - 2.3.1 असमूहीकृत आवृत्ति वितरण की गणना
 - 2.3.2 समूहीकृत आवृत्ति वितरण की गणना
- 2.4 संचयी आवृत्ति वितरण
- 2.5 शतमक और शतमक कोटि (क्रम)
- 2.6 आँकड़े का रेखाआकृतिय प्रदर्शन
 - 2.6.1 बार ग्राफ (दंड आरेख)
 - 2.6.2 आयतआकृति (हिस्टोग्राम)
 - 2.6.3 आवृत्ति बहुभुज
 - 2.6.4 संचयी प्रतिशत आवृत्ति-वक्र या तोरण ;व्हपअमद्ध
 - 2.6.5 वृत्त ग्राफ या पाई चार्ट
- 2.7 सारांश
- 2.8 संदर्भ
- 2.9 शब्दावली
- 2.10 अपनी प्रगति की जाँच कीजिए के उत्तर
- 2.11 इकाई अंत प्रश्न

2.0 उद्देश्य

इस इकाई को पढ़ने के बाद, आप:

- सांख्यिकीय आँकड़ों के वर्गीकरण और सारणीकरण पर चर्चा कर सकेंगे;
- आवृत्ति वितरण निर्माण के चरणों का वर्णन कर सकेंगे;
- संचयी आवृत्ति वितरण तालिका बना पाएँगे;
- शतमक और शतमक कोटि (क्रम) का अर्थ समझा सकेंगे; तथा
- आँकड़ों के रेखाआकृतिय निरूपण पर चर्चा कर सकेंगे।

* डॉ. विजय विरगस, सहायक प्रोफेसर, आबे फारिया स्नातकोत्तर मनोविज्ञान विभाग, सेंट जेवियर कॉलेज, गोवा

2.1 प्रस्तावना

सांख्यिकीय जांच का उद्देश्य जनसंख्या (जो शोध का केंद्र बिंदु है) का वर्णन करना और समझना है। उदाहरण के लिए, एक समाचार चैनल मतदानोत्तर (एक्जिट पोल) सर्वेक्षणों की सहायता से ये मतदाताओं के राजनीतिक अभिवृत्ति का आकलन करना चाहता है। वे जानना चाहते हैं की आगामी चुनावमें वे किस तरह से मतदान करने जा रहे हैं। और यह भी जानना चाहते हैं की वर्तमान सरकार के दोबारा सत्ता में आने की संभावनाएं क्या हैं। यह जानकारी कई सांख्यिकीय पूछताछ से प्राप्त की जा सकती है। मतदानोत्तर सर्वेक्षण की सहायता से यह जानकारी मिलती है की किस पार्टी को भारत के किस राज्य में कितने प्रतिशत वोट मिलेंगे इत्यादि। इस तरह के मतदानोत्तर सर्वेक्षण मूल सांख्यिकीय तकनीकों का उपयोग करते हैं जिन्हें वर्णनात्मक सांख्यिकी के तहत वर्गीकृत किया जा सकता है।

पिछली इकाई में हमने मुख्य रूप से सांख्यिकी शब्द कि परिभाषा, प्रकृति और प्रमुख शब्दों के बारे में चर्चा की। हमने मापनी के पैमाने और वर्णनात्मक और अनुमानात्मक आँकड़ों के बारे में भी चर्चा की। वर्तमान इकाई में, हम मुख्य रूप से वर्णनात्मक सांख्यिकी, अर्थात्, वर्गीकरण, सारणीकरण, संगठन और आँकड़ों के रेखाआकृति प्रदर्शन के विभिन्न पहलुओं पर ध्यान केंद्रित करेंगे। इस इकाई में आवृत्ति वितरण के रूप में ज्ञात सबसे बुनियादी महत्वपूर्ण विधि पर चर्चा की जाएगी। इसके अलावा, हम संचयी आवृत्ति वितरण, शतमक, शतमक कोटि (क्रम) और आँकड़ों के रेखाआकृतिय प्रदर्शन पर भी चर्चा करेंगे।

2.2 गुणात्मक और मात्रात्मक आँकड़ों का वर्गीकरण और सारणीकरण

कोई भी आँकड़ा प्रकृति में गुणात्मक या संख्यात्मक हो सकता है। गुणात्मक आँकड़ें 'प्रकार' के मापन होते हैं और इन्हे नाम, प्रतीक या संख्या कूट (कोड) द्वारा निरूपित किया जाता है। वे एक प्रकार की जानकारी है जिसमें ऐसी विशेषताएँ हैं जिन्हें मापा नहीं जा सकता है। सरल शब्दों में, गुणात्मक आँकड़े श्रेणीबद्ध चर के आँकड़े हैं। आपकी त्वचा की चिकनाई, आपकी आँखों का रंग, आपके बालों की बनावट, आपकी हथेली की कोमलता आदि गुणात्मक आँकड़ों के कुछ उदाहरण हैं।

मात्रात्मक आँकड़ों में मात्राओं के विषय में सूचनाएँ होती है, यानी ऐसी सूचनाएँ जिन्हें मापा और संख्याओं के साथ लिखा जा सकता है। दूसरे शब्दों में, मात्रात्मक वर्गीकरण कुछ विशेषताओं के अनुसार आँकड़ों के वर्गीकरण को संदर्भित करता है जिन्हें मापा जा सकता है। मात्रात्मक आँकड़ों के उदाहरण वजन, ऊंचाई, जूते के आकार और नाखूनों की लंबाई, आय, बिक्री, लाभ, उत्पादन आदि हैं।

वर्णनात्मक सांख्यिकी में, आँकड़ों का वर्गीकरण और सारणीकरण, चाहे गुणात्मक या मात्रात्मक, दो महत्वपूर्ण कार्य हैं जो शोधकर्ता को आँकड़ों को बेहतर तरीके से व्यवस्थित करने में सहायता करेंगे ताकि आगे सांख्यिकीय विश्लेषण (केंद्रीय प्रवृत्ति के मापों की गणना, परिवर्तनशीलता की गणना या अनुमानित सांख्यिकी) किए जा सके।

इस संदर्भ में, हमें एकचर (univariate) विश्लेषण की व्याख्या करने की भी आवश्यकता है। एकचर का अर्थ है की केवल एक ही चर है। और जब सांख्यिकीय विश्लेषण केवल एक चर के साथ करना है, तो वर्णनात्मक आँकड़ों का उपयोग किया जाता है। उदाहरण के लिए, यदि कोई शोधार्थी कक्षा दसवीं में छात्रों की उपलब्धि अभिप्रेरणा का शोध करना चाहते हैं, तो प्राप्त आँकड़ों (एक मानकीकृत मनोवैज्ञानिक परीक्षण की सहायता से प्राप्त) को आनुमानिक सांख्यिकी या उच्च स्तर की सांख्यिकीय तकनीकों के

अधीन नहीं किया जा सकता है। शोधकर्ता उन छात्रों के आधार पर आँकड़ों को वर्गीकृत और सारणीबद्ध कर सकेंगे, जिन्होंने उच्च, निम्न या मध्यम अंक प्राप्त किए हैं। वह आगे माध्य (जिस पर चर्चा इकाई 3 में की जाएगी) और मानक विचलन (जिस पर चर्चा इकाई 4 में की जाएगी) की गणना कर सकते हैं।

इस प्रकार, एक चर विश्लेषण के संदर्भ में हम मुख्य रूप से वर्णनात्मक सांख्यिकी का उपयोग पर ध्यान केंद्रित करते हैं।

वर्तमान इकाई में हम आँकड़ों के वर्गीकरण, सारणीकरण और रेखाआकृति प्रदर्शन पर चर्चा करेंगे।

2.2.1 वर्गीकरण

आँकड़ा वर्गीकरण, आँकड़ों के प्रभावी और कुशल उपयोग के लिए आँकड़ों को समूहों में व्यवस्थित करने की एक विधि है। एक योजनाबद्ध आँकड़ा वर्गीकरण प्रणाली महत्वपूर्ण आँकड़ों को खोजने और जब भी आवश्यकता हो उन्हें पुनः प्राप्त करना आसान बनाती है। दूसरे शब्दों में, आँकड़ों में मौजूद कुछ सामान्य विशेषताओं के अनुसार समरूप समूहों या वर्गों में आँकड़ों को व्यवस्थित करने की प्रक्रिया को वर्गीकरण कहा जाता है। उदाहरण के लिए, यह एक आम बात है कि एक डाकघर में पत्रों को छांटने की प्रक्रिया के दौरान, पत्रों को शहरों के अनुसार वर्गीकृत किया जाता है और आगे सड़कों और अन्य विवरणों के अनुसार व्यवस्थित किया जाता है, ताकि पत्रों को अपने गंतव्य तक पहुंचाना आसान हो जाए।

शोध के संदर्भ में, एक शोधकर्ता द्वारा एकत्र किए गए आँकड़ों को उन प्रारूपों में व्यवस्थित किया जाता है जो उसे निष्कर्ष निकालने में सहायता करेंगे। मूल रूप से, वर्गीकरण में समानता के आधार पर आँकड़ों को छांटना सम्मिलित है। आँकड़ों को वर्गीकृत करने के बाद, शोधकर्ता आगे सांख्यिकीय विश्लेषण और निर्णय लेने के लिए आगे बढ़ सकते हैं। वर्गीकरण के कुछ मुख्य उद्देश्य इस प्रकार हैं:

- 1) आँकड़ों को संक्षिप्त रूप में प्रस्तुत किया जाता है। एक असंसाधित आँकड़ों का कोई मतलब नहीं होता है। लेकिन वर्गीकृत करने के बाद, असंसाधित आँकड़ों अर्थ को प्रतिबिंबित करेंगे।
- 2) वर्गीकरण आँकड़ों में समानता और विविधता की पहचान करने में सहायता करता है। उदाहरण के लिए, एक अंग्रेजी विषय की परीक्षा में प्राप्त अंकों के आधार पर, छात्रों को 76-100 के बीच अंक प्राप्त करने वाले, 51-75 के बीच अंक प्राप्त करने वाले, 26-50 के बीच अंक प्राप्त करने वाले और 1-25 के बीच अंक प्राप्त करने वालों में बांटा जा सकता है। हर एक समूह प्राप्त अंकों के संदर्भ में एक दूसरे से अलग हैं, लेकिन उनके द्वारा प्राप्त अंकों की समानता के कारण समूहबद्ध हैं (तालिका संख्या 2.1 देखें)।

तालिका 2.1: छात्रों द्वारा प्राप्त अंक

प्राप्तांक	छात्र
76- 100	28
51-75	40
26-50	12
1-25	20

- 3) वर्गीकरण, तुलना करने में भी सहायता करता है। समूहों की एक दूसरे के साथ तुलना की जा सकती है और निष्कर्ष निकाले जा सकते हैं। प्रतिशत की गणना हमें उपरोक्त उदाहरण में उल्लेखित चार समूहों में से प्रत्येक वर्ग में आने वाले छात्रों का प्रतिशत बताएगी।
- 4) वर्गीकरण गुणात्मक और मात्रात्मक आँकड़ों के लिए किया जा सकता है। व्यक्तियों को उनके लिंग या उनके बालों के रंग के आधार पर वर्गीकृत किया जा सकता है, जो गुणात्मक आँकड़ें होंगे। व्यक्तियों को मात्रात्मक आँकड़ों के आधार पर "ती वर्गीकृत किया जा सकता है, उदाहरण के लिए, उनकी आय, आयु आदि।

आवृत्ति वितरण की सहायता से मात्रात्मक आँकड़ों को पर्याप्त रूप से वर्गीकृत किया जा सकता है, इस इकाई में आवृत्ति वितरण की विस्तार से चर्चा की जाएगी।

2.2.2 सारणीकरण

सारणीकरण में सारणीबद्ध रूप में वर्गीकृत आँकड़ों के सम्मिलन की प्रक्रिया है। एक तालिका पंक्तियों और स्तंभों में सांख्यिकीय आँकड़ों की एक सममित व्यवस्था है। पंक्तियाँ क्षैतिज व्यवस्था हैं, जबकि, स्तंभ ऊर्ध्वाधर व्यवस्था हैं। यह किसी व्यक्ति द्वारा किसी भी समय विभिन्न प्रयोजनों के लिए उपयोग किए जाने वाले वर्गीकरण के प्रकार के आधार पर सरल, दोहरा या जटिल हो सकता है।

सारणी या तालिका किसी भी शोध रिपोर्ट या थीसिस का एक महत्वपूर्ण पहलू हैं। किसी भी तालिका में निम्नलिखित कुछ प्रमुख घटक होंगे जिन पर चर्चा करते हैं:

- 1) **सारणी / तालिका संख्या:** किसी भी सारणी के लिए सारणी संख्या होनी चाहिए। इस पाठ्यक्रम के विभिन्न इकाइयों में आप देखेंगे कि सभी तालिकाएँ क्रमांकित हैं। यह मुख्य रूप से तालिका की पहचान करने में सहायता करते हैं और साथ ही एक संदर्भ भी प्रदान करते हैं। यदि आपको कहा जाता है कि तालिका 2.2 देखें, तो आप ठीक से जानेंगे कि इस इकाई में इसे कहाँ देखना है। सारणी संख्याओं को एक व्यवस्थित तरीके से और क्रमबद्ध क्रम में प्रदान करने की आवश्यकता होती है, मुख्यता: जब एक से अधिक तालिकाएँ हैं जिन्हें आपने अपनी रिपोर्ट या थीसिस में सम्मिलित किया है।
- 2) **तालिका के लिए शीर्षक:** सारणी / तालिका संख्या के अलावा, तालिका में एक शीर्षक भी होना चाहिए जो प्रकृति में विशिष्ट है और संक्षेप में तालिका के विषय को प्रतिबिंबित करता हो। इस तरह से शीर्षक को भी स्पष्ट और स्व-व्याख्यात्मक होना चाहिए ताकि पाठक को सरलता से पता चले की तालिका किस विषय में है।
- 3) **उपशीर्षक और अनुशीर्षक:** किसी भी सारणी में, उसके विषय-वस्तु के आधार पर, पंक्तियाँ और स्तंभ होंगे। स्तंभों के लिए दिए गए शीर्षकों को उपशीर्षक कहा जाता है। जबकि पंक्तियों के लिए दिए गए शीर्षकों को अनुशीर्षक कहा जाता है। इन्हें फिर से संक्षिप्त और स्व-व्याख्यात्मक बनाने की आवश्यकता है। शोधकर्ता द्वारा उपशीर्षक और अनुशीर्षक का निर्णय शोध के आधार पर किया जाएगा।
- 4) **सारणी का मुख्य भाग (Body of the table) :** सारणी का मुख्य भाग सारणी का मुख्य भाग होता है जो आँकड़ा संग्रह के आधार पर संख्यात्मक जानकारी को प्रदर्शित करता है। यहाँ संख्यात्मक आँकड़ों को उपशीर्षक और अनुशीर्षक के आधार

पर
वर्गीकृत किया जाता है।

- 5) **हेडनोट:** सारणी में हेडनोट भी होते हैं जो शीर्षक के ठीक नीचे लिखे जा सकते हैं और ये माप के मात्रक के विषय में जानकारी प्रदान करते हैं।
- 6) **फुटनोट:** ये तालिका के नीचे लिखे जाते हैं और उपशीर्षक और अनुशीर्षक में दी गई जानकारी के बारे में महत्वपूर्ण जानकारी प्रदान कर सकते हैं।
- 7) **आँकड़ों का स्रोत:** आँकड़ों के स्रोत का उल्लेख तालिका के नीचे किया जा सकता है।

इस प्रकार तैयार की गई तालिका नीचे दी गई है:

तालिका 2.2: अंग्रेजी परीक्षा में छात्रों (बालक और बालिकाएं) द्वारा प्राप्त अंकों के आधार पर उनका प्रतिशत

अंग्रेजी में प्राप्त अंक (अनुशीर्षक)	लिंग (उपशीर्षक)	
	बालक (N = 50) (उपशीर्षक)	बालिकाएं (N = 50) (उपशीर्षक)
76–100 (अनुशीर्षक)	20%	21%
50–75 (अनुशीर्षक)	12%	13%
26 से 50 (अनुशीर्षक)	40%	39%
1–25 (अनुशीर्षक)	28%	27%
कुल	100%	100%
फुटनोट: छात्रों की संख्या प्रतिशत (%) के रूप में है।		
स्रोत: सत्रांत परीक्षा परिणामों से एकत्र किए गए आँकड़े।		

जैसा कि ऊपर चर्चा की गई है, वर्गीकरण और सारणीकरण आँकड़ों का संगठन करने में महत्वपूर्ण हैं। वर्गीकरण और सारणीकरण के कुछ गुण इस प्रकार हैं:

- 1) **आँकड़ों को स्पष्ट करते हैं:** तालिका के रूप में निरूपित जानकारी आसानी से सुलभ है और आँकड़ों के उपयोगकर्ता को पर्याप्त और स्पष्ट जानकारी प्राप्त होती है।
- 2) **सरलीकरण:** आँकड़े का वर्गीकरण और सारणीकरण उस आँकड़े के परिमाण या आकार को कम करता है, और आँकड़े को सरलतम तरीके से प्रस्तुत करता है। जब आँकड़े को तालिकाओं में प्रस्तुत और वर्गीकृत किया जाता है, तो सभी जटिलताएं दूर हो जाती हैं और उपयोगकर्ता के लिए आँकड़ें बहुत सरल और स्पष्ट हो जाते हैं।
- 3) **तुलनाओं को सुगम बनाता है:** यह पंक्तियों और स्तंभों में दिखाए गए सांख्यिकीय आँकड़ों की त्वरित तुलना को सुगम बनाता है।

- 4) सूचना को आसानी से संदर्भित किया जा सकता है: जब कोई सूचना सारणीबद्ध होती है, तो इसे संदर्भित करना बहुत आसान हो जाता है।

अपनी प्रगति की जाँच कीजिए 1

- 1) मात्रात्मक आँकड़े क्या हैं?

.....

.....

.....

.....

.....

- 2) वर्गीकरण और सारणीकरण के गुणों को सूचीबद्ध करें।

.....

.....

.....

.....

.....

2.3 आवृत्ति वितरण का निर्माण

इससे पहले इस इकाई में हमने आँकड़ों के वर्गीकरण और सारणीकरण के विषय में चर्चा की थी। आवृत्ति वितरण एक ऐसा तरीका है जिसमें असंसाधित आँकड़ों को वर्गीकृत किया जा सकता है ताकि आँकड़ों की स्पष्ट समझ प्रदान की जा सके। आवृत्ति वितरण एक सारणीबद्ध निरूपण है, जिसमें असंसाधित आँकड़ों को वर्ग अंतराल पर व्यवस्थित किया जाता है।

आवृत्ति वितरण को तीन प्रकारों में वर्गीकृत किया जा सकता है:

- 1) **सापेक्ष आवृत्ति वितरण:** इस तरह के वितरण से पता चलता है कि प्रत्येक वर्ग अंतराल के लिए आवंटित किया गया प्राप्तांक एक वितरण में कुल मामलों की संख्या का अनुपात है। उदाहरण के लिए, अनुभव के वर्षों के आधार पर 100 कर्मचारियों के आवृत्ति वितरण में, 35 कर्मचारी 10–14 वर्षों के अनुभव की श्रेणी (वर्ग अंतराल) में आते हैं, फिर सापेक्ष आवृत्ति वितरण $35/100 = 0.35$ होगा। इस प्रकार, यह कहा जा सकता है कि 35: कर्मचारी इस वर्ग अंतराल में आते हैं।
- 2) **संचयी आवृत्ति वितरण:** इस तरह के वितरण को एक वर्ग अंतराल के आवृत्तियों के साथ उस वर्ग अंतराल के नीचे दिए गए वर्ग अंतराल के आवृत्तियों को जोड़कर प्राप्त किया जा सकता है। इस इकाई के अगले भाग में इस पर चर्चा की जाएगी।
- 3) **संचयी सापेक्ष आवृत्ति वितरण:** इस तरह के वितरण में, किसी विशेष प्राप्तांक के लिए संचयी सापेक्ष आवृत्ति उस प्राप्तांक के सापेक्ष आवृत्ति में उस प्राप्तांक के नीचे दिए गए सारे प्राप्तांक के सापेक्ष आवृत्ति को जोड़कर प्राप्त किया जा सकता है। यह तालिका 2.3 से स्पष्ट होगा, जो तीन प्रकार के आवृत्ति वितरण के उदाहरण प्रदर्शित करता है।

तालिका 2.3: सापेक्ष आवृत्ति, संचयी आवृत्ति और संचयी सापेक्ष आवृत्ति के उदाहरण।

प्राप्तांक	आवृत्ति	सापेक्ष आवृत्ति	संचयी आवृत्ति	संचयी सापेक्ष आवृत्ति
34	3	10%	30	100%
23	4	13.33%	27	89.99%
22	10	33.33%	23	76.66%
21	6	20%	13	43.33%
19	7	23.23%	7	23.33%
	N=30			

आवृत्ति वितरण में वर्ग अंतराल की व्याख्या करने के दो मुख्य तरीके हैं।

- 1) **अपवर्जी विधि:** इस विधि में, एक निश्चित वर्ग अंतराल की ऊपरी सीमा उसके अगले वर्ग अंतराल की निचली सीमा होती है, इस प्रकार वर्ग अंतराल के बीच एक निरंतरता होगी। एक वर्ग अंतराल की ऊपरी सीमा के बराबर प्राप्तांक उस वर्ग अंतराल में आएंगे जहाँ वे वर्ग अंतराल की निचली सीमा के बराबर हैं। इस प्रकार, अपवर्जी विधि में ऊपरी सीमा के बराबर प्राप्तांक को उस वर्ग अंतराल में सम्मिलित नहीं किया जाता है, लेकिन इसकी निचली सीमा के बराबर प्राप्तांक को इसमें सम्मिलित किया जाता है। उदाहरण के लिए, जब अपवर्जी विधि का उपयोग किया जाता है, तब प्राप्तांक 20 वर्ग अंतराल 20–30 में सम्मिलित होगा और 10–20 वर्ग अंतराल में नहीं।
- 2) **समावेशी विधि:** समावेशी विधि में वर्ग अंतराल के बीच कोई निरंतरता नहीं होती और यह विधि विशेष रूप से असतत प्राप्तांक के लिए है। इस विधि में, निचली और ऊपरी सीमा के बराबर प्राप्तांक को उसी वर्ग अंतराल में सम्मिलित किया जाता है। उदाहरण के लिए, वर्ग अंतराल 1–5, 6–10, 11–15 इत्यादि होगा।

आवृत्ति वितरण को असमूहीकृत या समूहीकृत आवृत्ति वितरण में वर्गीकृत किया जा सकता है।

असमूहीकृत आवृत्ति वितरण: एक असमूहीकृत आवृत्ति वितरण वह है जिसमें सभी मान एक आरोही या अवरोही क्रम में सूचीबद्ध किए जाते हैं। जितनी बार एक प्राप्तांक पाया जाता है, उतनी बार एक टैली मार्क ($/$) उसके संबंधित मान के सामने रखा जाता है और प्रत्येक प्राप्तांक की आवृत्ति (f द्वारा चिह्नित) अगले स्तम्भ में दी जाती है। असमूहीकृत आवृत्ति वितरण का उदाहरण तालिका 2.4 में दिया गया है:

तालिका 2.4: असमूहीकृत आवृत्ति वितरण

मान	टैली	f
6	///	3
9	////	4
12	###	5
23	/	1
24	//	2

समूहीकृत आवृत्ति वितरण: कभी-कभी आँकड़ें बहुत ज्यादा होते हैं और असमूहीकृत रूप में आवृत्ति वितरण करना संभव नहीं होता है, क्योंकि तब शोधकर्ता को स्पष्ट छवि नहीं मिल पाएगी। ऐसे मामलों में एक समूहीकृत आवृत्ति वितरण का उपयोग किया जा सकता है। यहां आँकड़ों को वर्गों या वर्ग अंतराल पर व्यवस्थित किया जाता है। जैसे ही प्रत्येक प्राप्तांक निश्चित वर्ग अंतराल में सम्मिलित किया जाता है, उस वर्ग अंतराल के सामने टैली चिन्ह दिया जाता है और फिर आवृत्ति निरूपित की जा सकती है। इसका उदाहरण तालिका 2.5 में दिया गया है।

तालिका 2.5: समूहीकृत आवृत्ति वितरण

मान	टैली	f
1-5	///	3
6-10	###	5
11-15	//	2
16-20	/	1
21-25	/	1

उपरोक्त उदाहरणों से समूहीकृत और असमूहीकृत आवृत्ति वितरण की अवधारणा स्पष्ट हुई होगी। अब हम उदाहरण की सहायता से आवृत्ति वितरण की गणना पर चर्चा करेंगे।

दस अंकों की परीक्षा में 40 छात्रों द्वारा प्राप्त अंक इस प्रकार हैं:

3	8	6	5	6	4	7	6
5	3	5	6	3	5	4	4
3	6	7	8	1	10	7	6
4	5	0	7	6	5	6	7
1	7	5	4	5	8	5	7

यह अंक (छात्रों के अंक) असंसाधित आँकड़ें हैं, क्योंकि वे सीधे क्षेत्र से प्राप्त किए गये हैं और किसी भी सांख्यिकीय विश्लेषण से नहीं गुजरे हैं। अब प्रश्न यह है कि छात्रों की लक्षित जनसंख्या के बारे में ये संख्याएँ या असंसाधित आँकड़े क्या बताते हैं? कौन सा अंक सबसे सामान्य है? कितने छात्रों को उच्चतम अंक मिले हैं ? कितने छात्र परीक्षा में उत्तीर्ण हुए ? क्योंकि असंसाधित आँकड़ों के साथ किसी भी निष्कर्ष को पाना संभव नहीं है, हमें असंसाधित प्राप्तांक के आधार पर एक आवृत्ति वितरण बनाने की आवश्यकता है। छात्रों द्वारा प्राप्त अंक में से प्रत्येक के लिए आवृत्ति की गणना की जा सकती है।

असंसाधित आँकड़े में किसी विशेष चर/व्यक्ति या अवलोकन (हमारे संदर्भ में प्राप्त अंक) की संख्या को आवृत्ति कहा जा सकता है। एक चर का वितरण अवलोकन की आवृत्तियों का स्वरूप (पैटर्न) है। आवृत्ति वितरण को आवृत्ति सारणी, आयत आकृति (हिस्टोग्राम), या बहुभुज (पॉलीगॉन) के रूप में चित्रित किया जा सकता है। यह अंकों की व्यवस्था है और एक समूह या वर्ग अंतराल में एक प्राप्तांक की आवृत्ति है। आवृत्ति वितरण तालिका की सहायता से आप आँकड़ों को व्यवस्थित कर सकते हैं ताकि यह पाठक को अधिक समझ में आए।

जैसा की पहले चर्चा की गई है, आवृत्ति वितरण के दो प्रमुख प्रकार हैं, समूहीकृत आवृत्ति वितरण और असमूहीकृत आवृत्ति वितरण। इन दोनों आवृत्ति वितरण की गणना निम्नानुसार की गई है:

2.3.1 असमूहीकृत आवृत्ति वितरण की गणना

अब, पहले के उदाहरण को फिर से लेते हैं। आवृत्ति की गणना करने के लिए हम टैली प्राप्तांक विधि का उपयोग करने जा रहे हैं – “इस पद्धति में प्रत्येक अवलोकन के लिए समुचित वर्ग के सामने एक टैली चिन्ह दिया जाता है और इन टैली चिन्हों को जोड़ कर उस वर्ग अंतराल के लिए आवृत्ति की गणना की जा सकती है। सुविधा के लिए पाचवे टैली चिन्ह को पूर्वावर्ती चार टैली चिन्हों के बिच खींचा जाता है” (जैसे ###) (लवाल, 2014, पृष्ठ 13)। निम्नानुसार आवृत्ति को सारणीबद्ध किया जा सकता है:

तालिका 2.6: टैली विधि का उपयोग द्वारा आवृत्ति वितरण

अंक	टैली	आवृत्ति (f)
0	/	1
1	//	2
2		0
3	////	4
4	###	5
5	### ////	9
6	### ///	8
7	### //	7
8	///	3
9		0

10	/	1
		$\Sigma = 40$

कृपया ध्यान दें कि कुल संख्या (Σ), छात्रों की संख्या के बराबर होनी चाहिए, अर्थात् 40।

अब, हम आवृत्ति तालिका से निम्नलिखित जानकारी का निष्कर्ष निकाल सकते हैं:

- केवल एक छात्र को पूरे अंक मिले हैं।
- सबसे सामान्य अंक पाँच हैं और उसके बाद छह हैं।
- केवल एक छात्र ने परीक्षण में शून्य प्राप्त किया है।

एक असमूहीकृत आवृत्ति वितरण बनाने में सम्मिलित चरण इस प्रकार हैं:

चरण 1: अपने असंसाधित आँकड़ों को एक आरोही या अवरोही क्रम में व्यवस्थित करें।

चरण 2: तीन स्तंभों के साथ एक तालिका बनाएं और उन्हें चर (अर्थात्, वर्तमान उदाहरण के मामले में अंक), टैली और आवृत्ति नाम दें।

चरण 3: अपने चरों (इस उदाहरण के मामले में अंक) को पहले स्तंभ में निम्नतम से उच्चतम क्रम में प्रविष्ट करें।

चरण 4: अब एक एक करके अपने असंसाधित आँकड़ों को देखें और पहले स्तम्भ में दिए गए मानों के अनुसार उनके सामने टैली चिन्ह (/) बनाएं।

चरण 5: प्रत्येक मान के लिए टैली चिन्हों (/) को गिनें और जोड़ें और प्राप्त मान को तीसरे स्तम्भ, यानी कि आवृत्ति स्तम्भ में लिखें।

2.3.2 समूहीकृत आवृत्ति वितरण की गणना

असमूहीकृत आवृत्ति वितरण विधि का एक अवगुण यह है कि अधिक मान या अवलोकनों के लिए तालिका बनाना थकाऊ और कठिन होगा। मान लीजिए की कक्षा परीक्षा के उपरोक्त उदाहरण में यदि छात्रों की संख्या 250 हो, तो क्या ऐसे आँकड़ों के लिए असमूहीकृत आवृत्ति वितरण तालिका बनाना सुविधाजनक होगा? संभवतः नहीं! फिर हम क्या कर सकते हैं? हम एक और सांख्यिकीय प्रक्रिया का उपयोग कर सकते हैं जिसे समूहीकृत आवृत्ति वितरण विधि कहा जाता है।

इस विधि को समझने के लिए, हम एक और उदाहरण लेते हैं। मान लीजिए, आपके पास कक्षा परीक्षा में इतिहास विषय में छात्रों द्वारा प्राप्त किए गए अंक हैं।

12	7	13	14	12	23	21	14	13	23
30	12	1	21	23	21	23	21	5	21
11	22	30	14	4	17	35	24	13	17

चरण 1: परास (रेंज) की गणना करना। हमारे उदाहरण के मामले में, सबसे कम मान 1 है और उच्चतम मान 35 है। परास = उच्चतम प्राप्तांक – सबसे निम्न प्राप्तांक
($R = H - L$)

इस प्रकार, $R = 35 - 1 = 34$

चरण 2: परास को श्रेणियों की संख्या (जितनों की हमें आवश्यकता है) से विभाजित करके वर्ग अंतराल प्राप्त किया जा सकता है ।

$i = \text{परास} / \text{श्रेणियों की आवश्यक संख्या}$

हमारे उदाहरण में, परास 34 प्राप्त हुआ है, और कुल अंक (छात्रों की संख्या) 30 हैं। इस प्रकार, लगभग 6 श्रेणियां पर्याप्त होंगी।

$i = 34 / 6 = 5.7$, जिसे 6 पर पूर्ण किया जा सकता है।

श्रेणियां बनाते समय, सुनिश्चित करें कि लगभग 50 प्राप्तांक होने पर 10 से अधिक श्रेणियां नहीं बनाई गई हैं, यदि प्राप्तांक 50 से 100 के बीच हैं, तो लगभग 10 से 15 श्रेणियां बनाई गई हैं और यदि प्राप्तांक 100 से अधिक है तो 20 से अधिक श्रेणियां नहीं बनाई गई हैं (मंगल, 2002)। सुनिश्चित करें कि आपके पास प्रत्येक श्रेणी में कुछ एकांश (items) हैं। उदाहरण के लिए, यदि आपके पास 20 एकांश हैं, तो 5 श्रेणियां (प्रति श्रेणी 4 एकांश) चुनें, न की 20 श्रेणियां (जो आपको प्रत्येक श्रेणी के लिए केवल 1 एकांश देंगी)।

यह कभी-कभी संभव है कि प्राप्त 'i' पूरी संख्या नहीं है। ऐसी स्थिति में, इस प्राप्त संख्या के निकटतम संख्या को लिया जा सकता है। उदाहरण के लिए यदि 'i' 5.8 प्राप्त किया है तो 6 जो निकटतम संख्या है वह ली जा सकती है।

यह भी संभव है कि श्रेणियों की संख्या तय किए जाने से पहले वर्ग अंतराल या 'i' को तय किए जाए। सुविधा के लिए, 10, 5, 2 के वर्ग अंतराल लिए जा सकते हैं।

इस प्रकार, वर्ग अंतराल को उपरोक्त अनुसार किसी भी तरह से प्राप्त किया जा सकता है।

चरण 3: अब आवृत्ति वितरण तालिका बनाई जा सकती है। आवृत्ति वितरण तालिका बनाने के लिए निम्नलिखित किया जाना चाहिए:

- तीन स्तंभों के साथ एक तालिका बनाएं और उन्हें चर (अर्थात, वर्तमान उदाहरण के मामले में अंक), टैली और आवृत्ति नाम दें (यह असमूहीकृत आवृत्ति वितरण बनाने में दिए गए चरणों के समान है)।
- उसके बाद अपने चरों (इस उदाहरण के मामले में अंक) को पहले स्तंभ में निम्नतम से उच्चतम क्रम में प्रविष्ट करें। ।
- अब एक एक करके अपने असंसाधित आँकड़ों को देखें और पहले स्तम्भ में दिए गए मानों के अनुसार उनके सामने टैली चिन्ह (/) बनाएं।
- प्रत्येक मान के लिए टैली चिन्हों (/) को गिनें और जोड़ें और प्राप्त मान को तीसरे स्तम्भ, यानी कि आवृत्ति स्तम्भ में लिखें।

अंक	टैली	आवृत्ति (f)
31- 36	/	1
25- 30	//	2
19- 24	### ### /	11
13- 18	###	5
7- 12	### ///	8

1- 6	///	3
कुल		30

चरण 4: सभी आवृत्तियों को जोड़े (adding)। तीसरे स्तम्भ में सभी आवृत्तियों को जोड़ना (adding) होगा। इस प्रकार प्राप्त अंक को कुल अंकों की संख्या के बराबर होना चाहिए। हमारे उदाहरण के मामले में, $N = 30$ और आवृत्तियों की कुल संख्या भी 30 है।

अपनी प्रगति की जाँच कीजिए 2

1) आवृत्ति वितरण क्या है?

.....

.....

.....

.....

.....

2) दैनिक आधार पर स्थानीय अस्पताल में उपचार करने वाले लोगों की संख्या नीचे दी गई है, वर्ग अंतराल 5 के साथ आवृत्ति वितरण तालिका का निर्माण करें।

15, 23, 12, 10, 28, 7, 12, 17, 20, 21, 18, 13, 11, 12, 26, 30, 16, 19, 22, 14, 17, 21, 28, 9, 16, 13, 11, 16, 20. 1

वर्ग अंतराल	टैली	f

2.4 संचयी आवृत्ति वितरण

आवृत्ति वितरण को समझने के बाद, अब हम संचयी आवृत्ति वितरण पर नजर डालते हैं। संचयी आवृत्ति प्राप्त की जा सकती है जब हम क्रमिक रूप से वितरण के नीचे से सभी आवृत्तियों को जोड़ते हैं (मंगल, 2002)। एक संचयी आवृत्ति वितरण तालिका अतिसतर्क तालिका है। यह लगभग आवृत्ति वितरण तालिका की तरह है, लेकिन इसमें अतिरिक्त स्तम्भ जोड़ा जाता है जो संचयी आवृत्ति देता है।

आइए एक उदाहरण के साथ संचयी आवृत्ति वितरण तालिका को समझते हैं।

एक क्लब द्वारा आयोजित दौड़ में, सभी 10 प्रतिभागियों को एक प्रपत्र भरना था, जिसमें उनके व्यक्तिगत और जनसांख्यिकीय विवरण पूछे गए थे। प्रतिभागियों ने विभिन्न विवरणों को भरा, लेकिन यहां हम संचयी आवृत्ति वितरण तालिका के निर्माण के लिए उनकी आयु लेंगे।

प्रतिभागियों की आयु इस प्रकार थी:

36, 48, 54, 92, 57, 63, 66, 76, 66, 80

अब, उपरोक्त असंसाधित आँकड़ों के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दें:

- 45 से कम आयु वाले कितने प्रतिभागी हैं ?
- 44 से अधिक आयु के कितने प्रतिभागी हैं?
- उन प्रतिभागियों का प्रतिशत क्या है जो 65 वर्ष से अधिक हैं?

इन प्रश्नों का उत्तर संचयी आवृत्ति वितरण विधि का उपयोग करके सबसे अच्छी तरह से दिया जा सकता है। इन्हें संचयी आवृत्तियों कहा जा सकता है “क्योंकि वे बताते हैं की तालिका में इस बिंदु तक कितने अंक जमा होते हैं” (एरॉन, एरॉन और कूप्स, 2013, पृष्ठ 7)।

आइए, इस आँकड़ों को संचयी आवृत्ति वितरण तालिका में प्रस्तुत करते हैं।

चरण 1: मानों को अंतराल में विभाजित करें, और फिर प्रत्येक अंतराल में मान की संख्या की गणना करें। इस मामले में, 10 का अंतराल उपयुक्त हो सकता है चूंकि 36 सबसे कम आयु है और 92 सबसे अधिक आयु है, इसलिए अंतराल को 35 से 44 पर शुरू करें और अंतराल को 85 से 94 पर समाप्त करें।

चरण 2: आवृत्ति वितरण तालिका के समान एक तालिका बनाएं लेकिन तीन अतिरिक्त स्तंभों के साथ।

चरण 3: पहले स्तंभ या निचले मान स्तंभ में, वर्ग अंतराल के निचले मानों को सूचीबद्ध करें। उदाहरण के लिए, पहली पंक्ति में, आप संख्या 35 रखेंगे।

चरण 4: अगला स्तंभ उच्च मान स्तंभ है। वर्ग अंतराल के उच्च मानों को इस स्तंभ में, सूचीबद्ध करें। उदाहरण के लिए, आप संख्या 44 को पहली पंक्ति में रखेंगे।

चरण 5: तीसरा स्तम्भ आवृत्ति स्तम्भ है। निम्न और उच्च मानों के बीच आने वाली संख्या (प्रतिभागियों की आयु) की आवृत्ति को आलेखित करें। उदाहरण के लिए पहली पंक्ति में, संख्या 1 को रखें।

चरण 6: चौथा स्तंभ संचयी आवृत्ति स्तंभ है। यहां, हम पिछली पंक्ति की संचयी आवृत्ति को वर्तमान पंक्ति की आवृत्ति में जोड़ेंगे। चूंकि, यह पहली पंक्ति है, संचयी आवृत्ति, आवृत्ति के समान होगी। दूसरी पंक्ति में, 35–44 अंतराल (अर्थात्, 1) के लिए आवृत्ति को

45–54 अंतराल (अर्थात्, 2) के आवृत्ति में जोड़ा जायेगा। इस प्रकार, संचयी आवृत्ति 3 होगी, जिसका अर्थ है कि 35 से 54 आयु वर्ग में 3 प्रतिभागी हैं।

$$1+2 = 3$$

चरण 7 और चरण 8 बताते हैं संचयी प्रतिशत आवृत्ति को कैसे प्राप्त करना है

चरण 7: अगला स्तम्भ प्रतिशत स्तम्भ है। इस स्तम्भ में, आवृत्ति का प्रतिशत सूचीबद्ध करें। ऐसा करने के लिए, आवृत्ति को मानों की कुल संख्या से विभाजित करें और 100 से गुणा करें। इस मामले में, पहली पंक्ति की आवृत्ति 1 है और परिणामों की कुल संख्या 10 है। तब प्राप्त प्रतिशत 10 होगा।

$$10 (1 \div 10) \times 100 = 10$$

चरण 8: अंतिम स्तम्भ संचयी प्रतिशत आवृत्ति है। इस स्तम्भ में, संचयी वितरण के मान को 100 से गुणा करे और कुल संख्या से विभाजित करें। ध्यान दें कि इस स्तम्भ में अंतिम संख्या हमेशा 100.0 के बराबर होनी चाहिए। इस उदाहरण में, संचयी आवृत्ति 1 है और परिणामों की कुल संख्या 10 है, इसलिए पहली पंक्ति का संचयी प्रतिशत 10.0 है।

$$1 \times 100 \div 10 = 10$$

संचयी आवृत्ति वितरण तालिका इस तरह दिखाई देगी:

निम्न मान (वर्ष में आयु)	उच्च मान (वर्ष में आयु)	आवृत्ति (f)	संचयी आवृत्ति	प्रतिशत	संचयी प्रतिशत
85	94	1	10	10	100
75	84	2	9	20	90
65	74	2	7	20	70
55	64	2	5	20	50
45	54	2	3	20	30
35	44	1	1	10	10
		N = 10			

पूर्ववर्ती तालिका के आधार पर, अब निम्नलिखित जानकारी प्राप्त की जा सकती है:

- 45 वर्ष से कम आयु के प्रतिभागियों की संख्या = 1
- 44 वर्ष से अधिक आयु के प्रतिभागियों की संख्या = 9
- 65 वर्ष से अधिक आयु के प्रतिभागियों का प्रतिशत = 50%

संचयी आवृत्ति को आसानी से संचयी प्रतिशत आवृत्ति में परिवर्तित किया जा सकता है। संचयी आवृत्ति को $100/N$ से गुणा करके संचयी प्रतिशत आवृत्ति प्राप्त की जाती है (N वितरण में आवृत्तियों की कुल संख्या है)। संचयी प्रतिशत आवृत्तियां एक निश्चित

प्राप्तांक / वर्ग अंतराल से नीचे स्थित आवृत्तियों के प्रतिशत के बारे में जानकारी प्रदान करती हैं (मंगल, 2002)।

अपनी प्रगति की जाँच कीजिए 3

1) संचयी आवृत्ति कैसे प्राप्त की जाती है?

.....
.....
.....
.....
.....

2) दैनिक आधार पर एक स्थानीय अस्पताल में उपचार किए गए रोगियों की संख्या नीचे दी गई है, वर्ग अंतराल 5 के साथ संचयी आवृत्ति वितरण और संचयी प्रतिशत आवृत्ति का निर्माण करें।

15, 23, 12, 10, 28, 7, 12, 17, 20, 21, 18, 13, 11, 12, 26, 30, 16, 19, 22, 14, 17, 21, 28, 9, 16, 13, 11, 16, 20. 1

श्रेणी अंत. राल	टैली	f	संचयी आवृत्ति	संचयी प्रतिशत आवृत्ति

2.5 शतमक और शतमक कोटि (क्रम)

दो शब्द हैं जो शैक्षणिक और कॉर्पोरेट दुनिया में अक्सर उपयोग किए जाते हैं: शतमक और शतमक कोटि (क्रम)। ये दोनों सांख्यिकीय शब्द, एक बड़े समूह में दूसरों की तुलना में प्रदर्शन के संकेतक के रूप में उपयोग किए जाते हैं। यह कहा जा सकता है कि ये संकेतक किसी के प्रदर्शन के सापेक्ष माप हैं। ऐसे कई परीक्षण हैं जो शतमक या शतमक

कोटि में प्राप्तांक प्रदान करते हैं। आपने भारत में MBA प्रवेश के लिए आयोजित कॉमन एंटीट्यूड टेस्ट (CAT) – एक सामान्य प्रवेश परीक्षा के विषय में सुना होगा। यह परीक्षा शतमक में परिणाम देती है। उदाहरण के लिए, एक छात्र गणित की क्षमता में 90 वां शतमक और मौखिक क्षमता में 84 वां शतमक प्राप्त कर सकता/ती है।

इकाई के इस भाग में, हम शतमक और शतमक कोटि शब्द के विषय में चर्चा करेंगे और यह भी सीखेंगे कि उनकी गणना कैसे करें।

शतमक: शतमक को “प्राप्तांक के पैमाने पर एक बिंदु के रूप में वर्णित किया जा सकता है जिसके नीचे कुछ प्रतिशत मामले (cases) आते हैं” (मंगल, 2002, पृष्ठ 56)। उदाहरण के लिए, यदि किसी छात्र ने 90 शतमक (P_{90}) प्राप्त किया है, तो इसका अर्थ है कि 90% छात्रों ने उससे कम अंक प्राप्त किए हैं और यदि छात्र 84 शतमक (P_{84}) प्राप्त करता/ती है, तो 84% छात्रों ने उससे कम अंक प्राप्त किए हैं। मानकीकरण प्रतिदर्श में शतमक लोगों के प्रतिशत के संदर्भ में व्यक्त किए जाते हैं जो किसी दिए गए असंसाधित प्राप्तांक से नीचे आते हैं। एक मानकीकरण प्रतिदर्श में कितने प्रतिशत लोग एक दिए गए असंसाधित आँकड़ों से नीचे है यह शतमक से पता चल सकता है। मानकीकरण प्रतिदर्श में शतमक एक व्यक्ति की सापेक्ष स्थिति दिखाएगा। क्रम और शतमक में अंतर है। क्रम में हम शीर्ष से गिनती करते हैं और समूह में सबसे अच्छे व्यक्ति को क्रम 1 मिलता है। हालांकि, शतमक में हम नीचले भाग से गिनती करते हैं और एक व्यक्ति का शतमक जितना कम है, उस समूह में उतनी ही कमजोर उस व्यक्ति की स्थिति होगी। 50 वाँ शतमक या P_{50} मध्यिका की तरह है। अगर शतमक 50 (P_{50}) से ऊपर है तो यह दर्शाता है की प्रदर्शन औसत से ऊपर है और अगर शतमक 50 (P_{50}) से निच है तो यह दर्शाता है की प्रदर्शन औसत से कम है। शतमक प्रतिशत से अलग हैं। प्रतिशत प्राप्तांक असंसाधित प्राप्तांक होते हैं जो सही एकांश के प्रतिशत हैं, जबकि शतमक अंक व्युत्पन्न प्राप्तांक होते हैं।

शतमक प्राप्तांक के लाभ

- 1) यह सार्वभौमिक रूप से लागू है।
- 2) इसे आसानी से समझा जा सकता है और अप्रशिक्षित व्यक्तियों द्वारा भी गणना करना आसान है।
- 3) यह किसी भी प्रकार के परीक्षण के लिए उपयुक्त है।

शतमक प्राप्तांक की कमियां

- 1) शतमक एक व्यक्ति की मानकीकरण प्रतिदर्श में सापेक्ष स्थिति बताते हैं लेकिन इसकी सहायता से हम व्यक्तियों के प्राप्तांक की तुलना एक दूसरे के साथ नहीं कर सकते हैं।
- 2) शतमक प्राप्तांक में मात्रक की असमानता होती है और यह एक बड़ी कमी है।

शतमक की गणना: शतमक की गणना निम्नानुसार की जा सकती है:

शतमक की गणना का सूत्र मध्यिका के समान है (मंगल, 2002)।

$$P = L + [(pN/100 - F)/f] \times i$$

जहां,

L = शतमक वर्ग की निम्न सीमा जहां शतमक स्थित हो सकता है।

p = शतमक की संख्या जिसके लिए गणना की जानी है।

N = आवृत्तियों की कुल संख्या

F = शतमक वर्ग से पूर्व आवृत्तियों की कुल संख्या

f = शतमक वर्ग की आवृत्ति

i = वर्ग अंतराल का आकार (size)

इस प्रकार, प्रथम शतमक के लिए सूत्र होगा:

$$P_1 = L + [(N/ 100- F)/ f] \times i$$

और 10वें शतमक के लिए सूत्र होगा:

$$P_{10} = L + [(10N/ 100- F)/ f] \times i$$

$$= L + [(N/ 10- F)/ f] \times i$$

और 75 वें शतमक के लिए सूत्र होगा:

$$P_{75} = L + [(75N/ 100- F)/ f] \times i$$

$$= L + [(3N/ 4- F)/ f] \times i$$

आइए अब तालिका 2.7 में दिए गए उदाहरण की सहायता से शतमक की गणना करें।

तालिका 2.7: प्रतिशत की गणना के लिए आँकड़ें

वर्ग अंतराल	f
25-29	5
20-24	4
15-19	6
10-14	4
5-9	4
0-4	7
	N= 30

अब यदि हम उपरोक्त आँकड़ों के लिए 30 वें शतमक की गणना करना चाहते हैं, तो हमें निम्नलिखित चरणों की सहायता से गणना करनी होगी:

चरण 1: वर्ग अंतराल का पता लगाएं, जिसके भीतर 30 वाँ शतमक स्थित होगा। P_{30} इंगित करता है कि प्राप्तांक का 30% इस बिंदु से नीचे है। इस प्रकार, N का $30\% = 30 \times 30/100 = 9$. अब जैसा कि हम आँकड़ों को देखते हैं, नीचे से 9 वा प्राप्तांक, वर्ग अंतराल 5-9 में निहित है।

चरण 2: L, अर्थात्, शतमक वर्ग या उस वर्ग की निचली सीमा, जहां शतमक स्थित हो सकता है, की पहचान की जाती है। इस उदाहरण के मामले में, यह 4.5 होगा जो वर्ग अंतराल 5–9 की निम्न सीमा है।

चरण 3: F, शतमक वर्ग से पूर्व मौजूद आवृत्तियों की कुल संख्या 7 है। इस उदाहरण के मामले में f, अर्थात् हो, शतमक वर्ग की आवृत्ति 4 है।

चरण 4: अब हम सूत्र में मानों को प्रतिस्थापित करते हैं

$$\begin{aligned} P_{30} &= L + [(30N/100 - F)/f] \times i \\ &= 4.5 + [(30 \times 30/100 - 7)/4] \times 5 \\ &= 4.5 + [(9-7)/4] \times 5 \\ &= 4.5 + 2/4 \times 5 \\ &= 4.5 + 2.5 \\ &= 7 \end{aligned}$$

इस प्रकार, प्राप्त P_{30} का मान 7 है जो वर्ग अंतराल 5–9 में आता है।

शतमक कोटि : आँकड़ों में, शतमक कोटि उन अंकों के प्रतिशत को संदर्भित करता है जो किसी प्रदत्त प्राप्तांक के समान या उससे कम हैं। शतमक कोटि को “ प्रदत्त प्राप्तांक के नीचे स्थित मामलों (cases) की कुल संख्या के प्रतिशत का प्रतिनिधित्व करने वाली संख्या के रूप में समझाया जा सकता है” (मंगल, 2002, पृष्ठ 60)। शतमक कोटि, प्रतिशत की तरह, 0 से 100 तक की निरंतरता पर आता है। उदाहरण के लिए, 50 का शतमक कोटि बताता है कि अंकों के वितरण में प्राप्तांक का 50% ,50 वें शतमक के प्राप्तांक पर या उसके नीचे आता है। जब आप किसी वितरण में किसी विशिष्ट प्राप्तांक की तुलना एक अन्य विशिष्ट प्राप्तांक से करना चाहते हैं, तो शतमक कोटि लाभदायक होता है। उदाहरण के लिए, यदि आपको बताया जाता है कि एक व्यक्ति ने परीक्षा में 300 अंक प्राप्त किये हैं तो इससे आपको ज्यादा जानकारी नहीं मिलेगी। आपको यह पता नहीं है की परीक्षा कितने अंकों की थी।

और अगर यह जानकारी आपके पास है फिर भी आपको यह नहीं पता होगा की इस व्यक्ति का प्रादार्शन उसके अन्य सहपाठी की तुलना में कैसा है। लेकिन यदि आपको बताया जाये की इस व्यक्ति का शतमक कोटि 95 है तो आपको पता चल जायेगा की इस व्यक्ति ने 95 प्रतिशत व्यक्तियों से बेहतर प्रदर्शन किया है।

शतमक कोटि की गणना: शतमक कोटि की गणना एक असमूहीकृत आँकड़ों के साथ-साथ समूहीकृत आँकड़ों के लिए भी की जा सकती है। इन गणनाओं की चर्चा उदाहरणों की सहायता से निम्नानुसार की गई है:

असमूहीकृत आँकड़ों के लिए शतमक कोटि की गणना: असमूहीकृत आँकड़ों के लिए शतमक कोटि की गणना का सूत्र है:

$$PR = 100 - 100R - 50/N$$

जहाँ पर,

PR = शतमक कोटि

R = व्यक्ति की क्रम स्थिति जिसके लिए शतमक कोटि की गणना की जानी है

N = समूह में व्यक्तियों की कुल संख्या

अब हम निम्नलिखित आँकड़ों की सहायता से शतमक कोटि की गणना करेंगे:
मनोविज्ञान विषय की परीक्षा में 10 छात्रों द्वारा प्राप्त अंक निम्नानुसार हैं:

34, 45, 23, 67, 43, 78, 87, 56, 88, 46

अब हम अंक 67 के लिए शतमक कोटि ज्ञात करेंगे।

चरण 1: अंकों को अवरोही क्रम में इस प्रकार व्यवस्थित करते हैं:

अंक	स्थिति क्रम
88	1
87	2
78	3
67	4
56	5
46	6
45	7
43	8
34	9
23	10

चरण 2: अंकों के लिए क्रम की पहचान की जाती है। जैसा कि ऊपर देखा जा सकता है, अंक 67 के लिए क्रम 4 है और N 10 है।

चरण 3: आइए अब सूत्र में मानों को प्रतिस्थापित करें

$$PR = 100 - (100R - 50 / N)$$

$$= 100 - (100 \times 4 - 50 / 10)$$

$$= 100 - (400 - 50 / 10)$$

$$= 100 - 350 / 10$$

$$= 100 - 35$$

$$= 65$$

इस प्रकार, अंक 67 के लिए प्राप्त शतमक कोटि 65 है।

समूहीकृत आँकड़ों के लिए शतमक कोटि की गणना: समूहीकृत आँकड़ों के लिए शतमक कोटि की गणना की दो विधियाँ हैं। एक वह है जहाँ सूत्र की आवश्यकता नहीं है और दूसरा जहाँ सूत्र की आवश्यकता पड़ती है।

अब हम निम्नलिखित आँकड़ों की सहायता से शतमक कोटि की गणना करेंगे:

अंक	f
90 - 99	1
80 - 89	3
70 - 79	2
60 - 69	10
50 - 59	9
40 - 49	3
30 - 39	6
20 - 29	7
10 - 19	8
0 - 9	1
	N= 50

हम अंक 35 के लिए शतमक की गणना करेंगे।

विधि 1: सूत्र के बिना

इस गणना के चरणों इस प्रकार हैं:

चरण 1: हम जानते हैं कि अंक 35, 30–39 वर्ग अंतराल में आता है। यदि हम उन आवृत्तियों को जोड़ते हैं जो वर्ग अंतराल 20–29 की ऊपरी सीमा से नीचे हैं, अर्थात् 29.5 से नीचे हैं, तो कुल मिलकर $(7+8+1) = 16$ आवृत्तियां हैं।

चरण 2: हमें उन आवृत्तियों की संख्या का पता लगाना होगा जो 35 से नीचे आते हों। इस प्रकार, $35 - 29.5 = 5.5$ ।

चरण 3: वर्ग अंतराल 30–39 के लिए आवृत्ति वितरण 6 है। इस प्रकार यह 10 अंक 6 व्यक्तियों में सहभाजीत हैं। प्रत्येक 6 व्यक्तियों द्वारा साझा किया गया अंतराल 5.5 है।

$$6 / 10 \times 5.5 = 3.3$$

चरण 4: इस प्रकार, 35 अंकों तक, $16+3.3 = 19.3$ या 19 मामले हैं।

चरण 5: इन मामलों को 100 के पैमाने पर प्रस्तुत करने के लिए हम इन मामले को $100/N$ से गुणा करेंगे, $N = 50$

$$19.3 \times 100 / 50 = 1930 / 50 = 38.6$$

इस प्रकार अंक 35 के लिए शतमक कोटि 38.6 या 39 है।

प्रविधि 2: सूत्र के साथ

समूहीकृत आँकड़ों के लिए शतमक कोटि की गणना का सूत्र है:

$$PR = 100 / N [F + (X-L / i) \times f]$$

जहाँ पर,

PR = शतमक कोटि

F = संचयी आवृत्ति जो वर्ग अंतराल के नीचे होती है जिसमें X होता है।

X = अंक जिसके लिए शतमक कोटि की गणना की जानी है।

L = वर्ग अंतराल की निम्न सीमा जिसमें X सम्मिलित है

i = वर्ग अंतराल का आकार (size)

f = वर्ग अंतराल की आवृत्ति जिसमें X सम्मिलित है

N = वितरण में मामलों की कुल संख्या

हम ऊपर चर्चित किया गया उदाहरण लेंगे और सूत्र की सहायता से अंक 35 के लिए शतमक कोटि की गणना करेंगे।

चरण 1: वर्ग अंतराल (30–39) जिसमें X (35) सम्मिलित हैं उसके नीचे की संचयी आवृत्ति, 16 (7+8+1) है। इस प्रकार, F 16 है।

चरण 2: L अर्थात्, वर्ग अंतराल जिसमें X सम्मिलित है उसकी निचली सीमा 29.5 है, i = 10 और f = 6

चरण 3: आइए अब सूत्र में मानों को प्रतिस्थापित करें।

$$\begin{aligned} PR &= 100/ N [F + (X-L/ i) \times f] \\ &= 100/ 50 [16+ (35-29.5/10) \times 6] \\ &= 2 [16 + 5.5/ 10 \times 6] \\ &= 2 [16+3.3] \\ &= 2 \times 19.3 \\ &= 38.6 \end{aligned}$$

इस प्रकार, अंक 35 के लिए शतमक कोटि 38.6 या 39 है।

शतमक और शतमक कोटि को सांख्यिकी में महत्वपूर्ण कहा जा सकता है क्योंकि वे न केवल कुछ विशेषताओं के आधार पर किसी विशेष समूह में किसी व्यक्ति की तुलनात्मक स्थिति के बारे में जानकारी प्रदान करते हैं, बल्कि यह दो या दो से अधिक समूहों में या दो या दो से अधिक परिस्थितियों में व्यक्तियों की तुलना में सहायता करते हैं। उदाहरण के लिए, यदि एक कॉलेज के एक छात्र ने मनोविज्ञान विषय में 55 अंक प्राप्त किए हैं और दूसरे कॉलेज के दूसरे छात्र ने 65 अंक प्राप्त किए हैं, तो उनकी तुलना नहीं की जा सकती है। लेकिन यदि इन अंकों को शतमक कोटि में परिवर्तित किया जाता है और फिर कहा जाता है कि दोनों का शतमक कोटि 60 है, तो तुलना संभव है। शतमक मनोव. 'ज्ञानिक परीक्षणों के मानकीकरण में एक महत्वपूर्ण भूमिका निभाता है जहां असंसाधित आँकड़ों को शतमक में परिवर्तित किया जा सकता है और फिर तदनुसार व्याख्या की जा सकती है।

अपनी प्रगति की जाँच कीजिए 4

1) शतमक क्या है ?

2) निम्नलिखित आँकड़ों में 22 के लिए शतमक कोटि की गणना करें:

23, 34, 22, 33, 45, 55, 32, 43, 46, 21



2.6 आँकड़ों का रेखाआकृति प्रदर्शन

सभी उपलब्ध संख्यात्मक आँकड़ों का रेखांकन किया जा सकता है। रेखाआकृति, रेखा, बार, पाई आरेखों, बिंदुओं आदि जैसे ग्राफीय प्रतीकों का उपयोग करके आँकड़ों का प्रदर्शन करता है। ग्राफ संरचना के रूप में एक संख्यात्मक आँकड़ों का प्रतिनिधित्व करता है और आँकड़ों के उपयोगकर्ता को महत्वपूर्ण जानकारी प्रदान करता है।

जब एक संगठित आँकड़ों का रेखाआकृति प्रदर्शन किया जाता है तो यह न केवल आकर्षक दिखता है, बल्कि इसे समझना आसान हो जाता है। बड़ी मात्रा वाले आँकड़ों को बहुत ही संक्षिप्त और आकर्षक तरीके से प्रस्तुत किया जा सकता है। ग्राफ प्रभावी और किफायती भी हैं। उनकी व्याख्या करना भी आसान है और वे आँकड़ों के दो समूहों की तुलना को पर्याप्त रूप से प्रतिबिंबित करते हैं।

बार ग्राफ, आयत आकृति (हिस्टोग्राम), आवृत्ति बहुभुज आदि जैसे विभिन्न प्रकार के ग्राफ होते हैं जिनका उपयोग प्रभावी रूप से आँकड़ों का रेखांकन करने के लिए किया जा सकता है। हालांकि, यह पता होना चाहिए कि कौन से ग्राफ का उपयोग कहाँ करना है।

आइए अब विभिन्न प्रकार के रेखा आकृतियों पर चर्चा करते हैं।

2.6.1 बार ग्राफ या बार आरेख

बार ग्राफ को बार डायग्राम भी कहा जाता है। यह सांख्यिकी में सबसे अधिक उपयोग किया जाने वाला ग्राफ है। बार ग्राफ एक प्रकार का ग्राफ होता है, जिसमें आयताकार या आयताकार पट्टियाँ होती हैं। इन पट्टियों की लंबाई उनके द्वारा प्रदर्शित संख्यात्मक मानों के लिए आनुपातिक होनी चाहिए। बार ग्राफ में, पट्टियों को आलेखक या शोधार्थी की रुचि के आधार पर क्षैतिज या लंबवत रूप से आलेखित किया जा सकता है।

असंसाधित प्राप्तांक, आवृत्तियों, प्रतिशत और माध्य के लिए बार ग्राफ या आरेख आसानी से खींचा जा सकता है (मंगल, 2002)।

बार ग्राफ बनाते समय निम्नलिखित बिन्दुओं को ध्यान में रखा जाना चाहिए (मंगल, 2002):

- 1) बार की लंबाई के संबंध में नियमों का पालन करने की आवश्यकता है, हालांकि चौड़ाई पर कोई नियम लागू नहीं होते हैं, सभी पट्टियों को समान चौड़ाई का होना चाहिए। बार ग्राफ में पट्टियों की लंबाई या ऊंचाई चर की मात्रा के अनुपात में होनी चाहिए।
- 2) दो पट्टियों के बीच का स्थान एक पट्टी की चौड़ाई का लगभग आधा हो सकता है और किसी भी दो पट्टियों के बीच का स्थान समान होना चाहिए।

एक ऊर्ध्वाधर बार ग्राफ खींचते समय निम्नलिखित चरण इस प्रकार हैं:

चरण 1: एक ग्राफ पत्र पर ऊर्ध्वाधर (y अक्ष) और क्षैतिज (x अक्ष) रेखाएँ खींचें। इन पंक्तियों को एक दूसरे के लंबवत होना चाहिए और 0 पर प्रतिच्छेद करने की आवश्यकता है।

चरण 2: y अक्ष और x अक्ष को पर्याप्त नाम-पत्र प्रदान करें।

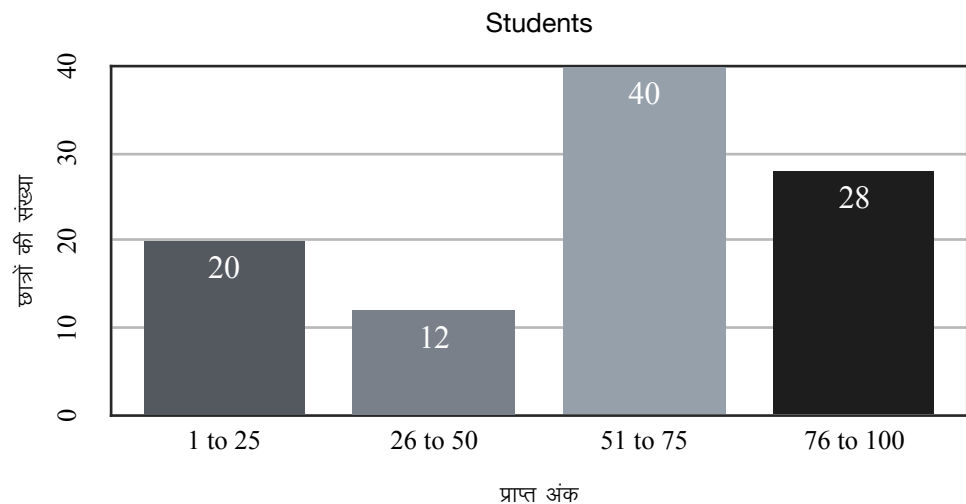
चरण 3: बार की लंबाई के लिए एक पैमाना चुना जाना चाहिए, जो आमतौर पर बार ग्राफ के शीर्ष पर अत्यधिक दाईं ओर लिखा जाता है।

चरण 4: x अक्ष पर, हमें पट्टियों के लिए एक चौड़ाई का चयन करने की आवश्यकता है और साथ ही उन पट्टियों के बीच के अन्तर को भी जो एक समान होना चाहिए।

चरण 5: अपने आँकड़ों के आधार पर आप फिर ग्राफ खींच सकते हैं।

बार ग्राफ या आरेख का एक उदाहरण आकृति 2.1 में दिया गया है, जो तालिका 2.1 पर आधारित है जो मनोविज्ञान विषय में कक्षा परीक्षा में छात्रों द्वारा प्राप्त 100 अंकों को दर्शाता है। 1-25, के बीच अंक प्राप्त करने वाले 20 छात्र हैं, जिन्होंने 26-50 के बीच अंक प्राप्त किए हैं वे 12 हैं। 40 छात्रों ने 51-75 के बीच अंक प्राप्त किए और 28 छात्रों ने 76-100 के बीच अंक प्राप्त किए हैं।

तालिका 2.1 पर आधारित बार ग्राफ निम्नानुसार दिखेगा:



आकृति 2.1: बार ग्राफ

2.6.2 आयत आकृति (हिस्टोग्राम)

आयत आकृति एक बार आरेख है जिसे आवृत्ति वितरण के आधार पर तैयार किया जा सकता है। आयत आकृति बनाने के चरण निम्नलिखित हैं:

चरण 1: आयत आकृति, आवृत्ति वितरण पर आधारित है और समूहीकृत आवृत्ति वितरण में वर्ग अंतराल होता है, इसलिए, हिस्टोग्राम खींचने से पहले, दो और वर्ग अंतराल जोड़े जाते हैं, एक नीचे और एक ऊपर। जैसा कि तालिका संख्या 2.2 में देखा जा सकता है, आवृत्ति वितरण में मूल रूप से 5 वर्ग अंतराल थे, लेकिन दो और, एक नीचे और एक ऊपर जोड़ा गया है।

चरण 2: आयत आकृति के लिए आगे, वर्ग अंतराल को बदल दिया जाता है जैसा कि आकृति 2.2 में देखा जा सकता है। जहां वर्ग अंतराल 10–19 को 9.5–19.5 में बदल दिया गया है।

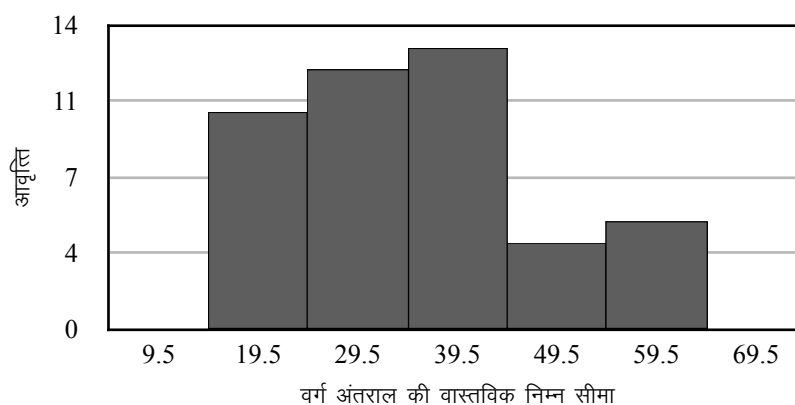
चरण 3: x अक्ष पर, सभी वर्ग अंतरालों की वास्तविक निम्न सीमाएं आलेखित की जाती हैं और आवृत्तियों को y अक्ष पर आलेखित किया जाता है।

चरण 4: एकल आयत प्रत्येक आवृत्ति का प्रतिनिधित्व करेगा।

यह सुनिश्चित करें कि ग्राफ की ऊंचाई इसकी चौड़ाई का लगभग 75% है।

तालिका 2.8: आयत आकृति के लिए आँकड़ें

वर्ग अंतराल (10)	आयत आकृति के लिए लिया गया वर्ग अंतराल	आवृत्तियाँ
70-79	69.5- 79.5	0
60-69	59.5- 69.5	10
50-59	49.5- 59.5	12
40-49	39.5- 49.5	13
30-39	29.5- 39.5	4
20- 29	19.5- 29.5	5
10-19	9.5- 19.5	0



आकृति 2.2: आयत आकृति (हिस्टोग्राम)

2.6.3 आवृत्ति बहुभुज

आवृत्ति वितरण को अंकित करने के लिए उपयोग की जाने वाली रेखीय रेखाआकृति को आवृत्ति बहुभुज कहा जाता है। आवृत्ति बहुभुज का या तो सीधे निर्माण किया जा सकता है या इसका निर्माण आयत आकृति (हिस्टोग्राम) के आयत कि ऊपरी रेखा के मध्य बिंदुओं से एक सीधी रेखा खींचकर भी किया जा सकता है (मंगल, 2002), जैसे आकृति 2.4 में दिखाया गया है।

आवृत्ति बहुभुज को बनाते समय दिए गए चरण इस प्रकार हैं:

चरण 1: जैसा की हम जानते हैं की आवृत्ति बहुभुज आवृत्ति वितरण पर आधारित है। आवृत्ति बहुभुज को खींचने से पहले दो और वर्ग अंतराल जोड़े जाते हैं, एक नीचे और एक ऊपर। जैसा कि तालिका 2.9 में दिखाया गया है।

चरण 2: सभी वर्ग अंतराल के लिए, मध्य बिंदुओं की गणना की जाती है।

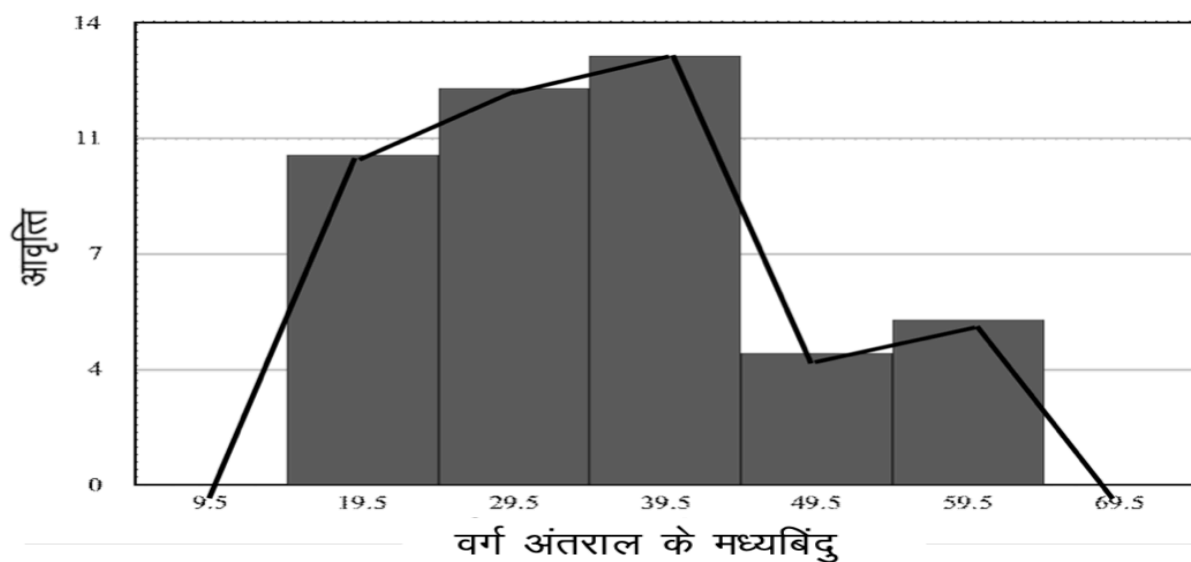
चरण 3: प्रत्येक ग्राफ की तरह, आवृत्ति बहुभुज में भी x अक्ष और y अक्ष होते हैं। x अक्ष पर, मध्य बिंदु को आलेखित किया जाना है और आवृत्तियों को y अक्ष पर दर्शाया जाएगा।

चरण 4: तब वर्ग अंतराल के संबंधित आवृत्तियों को x अक्ष पर दिए गए मध्य बिंदु के आधार पर आलेखित किया जाता है।

चरण 5: इसके बाद इन बिंदुओं को मिलाकर एक रेखा बनाई जाती है।

सुनिश्चित करें कि ग्राफ की ऊंचाई इसकी चौड़ाई का लगभग 75% है।

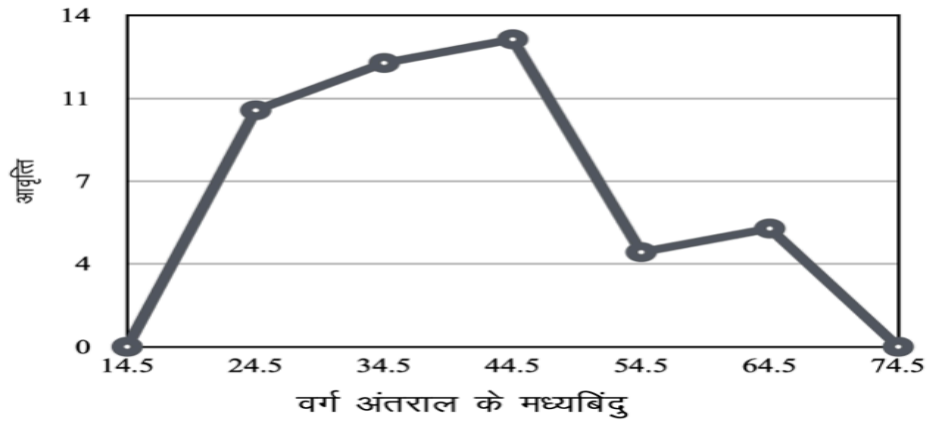
एक बार आलेखित किए जाने के बाद, आवृत्ति बहुभुज आकृति 2.3 की तरह दिखेगा।



आकृति 2.3: आवृत्ति बहुभुज

तालिका 2.9: आवृत्ति बहुभुज के लिए आँकड़ें

वर्ग अंतराल (10)	वर्ग अंतराल के मध्यबिंदु	आवृत्तियाँ
70-79	74.5	0
60-69	64.5	10
50-59	54.5	12
40-49	44.5	13
30-39	34.5	4
20-29	24.5	5
10-19	14.5	0



आकृ

ति 2.4: आयत आकृति की सहायता से खींचा गया आवृत्ति बहुभुज

2.6.4 संचयी प्रतिशत आवृत्ति वक्र या तोरण (Ogive)

संचयी प्रतिशत आवृत्ति को ग्राफ के रूप में आलेखित किया जा सकता है और इस ग्राफ को संचयी प्रतिशत आवृत्ति वक्र या तोरण (Ogive) कहा जाता है। ऐसा ग्राफ एक रेखा ग्राफ है। y अक्ष पर संचयी प्रतिशत आवृत्ति आलेखित की जाती है और x अक्ष पर वर्ग अंतराल की ऊपरी सीमा आलेखित की जाती है। इस ग्राफ में एक नकारात्मक ढलान का अभाव है और जब एक निश्चित वर्ग अंतराल में शून्य आवृत्ति होती है तो लाइन या वक्र क्षैतिज रहेगा।

जैसा कि संचयी आवृत्ति वितरण पर अनुभाग में चर्चा की गई थी, संचयी आवृत्ति प्रतिशत की गणना संचयी आवृत्ति को $100/N$ से गुणा करके प्राप्त की जाती है, जहां N कुल आवृत्तियों की संख्या होती है।

संचयी आवृत्ति प्रतिशत वक्र या तोरण प्रदर्शित करने के चरण इस प्रकार हैं:

चरण 1: आवृत्ति वितरण तालिका संचयी आवृत्ति प्रतिशत की गणना के साथ तैयार होनी चाहिए।

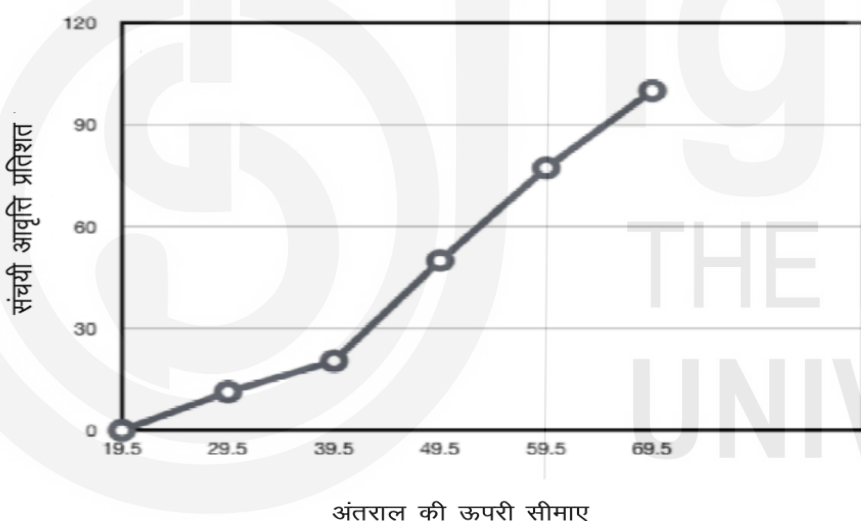
चरण 2: y अक्ष पर संचयी आवृत्ति प्रतिशत और x अक्ष पर वर्ग अंतराल की ऊपरी सीमाएँ आलेखित करें।

चरण 3: प्रत्येक वर्ग अंतराल के लिए संचयी आवृत्ति प्रतिशत का प्रतिनिधित्व करने वाले बिंदुओं को आलेखित करें।

चरण 4: एक रेखा की सहायता से बिंदुओं को मिलायें।

तालिका 2.10 संचयी आवृत्ति और संचयी आवृत्ति प्रतिशत के लिए आँकड़े

वर्ग अंतराल (10)	वर्ग अंतराल की ऊपरी सीमा	आवृत्ति	संचयी आवृत्ति	संचयी आवृत्ति प्रतिशत
60-69	69.5	10	44	100
50-59	59.5	12	34	77.27
40-49	49.5	13	22	50
30-39	39.5	4	9	20.45
20-29	29.5	5	5	11.36
10-19	19.5	0	0	0



आकृति 2.5: संचयी प्रतिशत आवृत्ति वक्र या तोरण

2.6.5 वृत् आलेख (ग्राफ) या पाई चार्ट

पाई चार्ट को एक वृत्त ग्राफ के रूप में भी जाना जाता है। पाई चार्ट को एक ग्राफ के रूप में परिभाषित किया जाता है, जिसमें एक वृत्त होता है जिसे क्षेत्र में विभाजित किया जाता है। ये क्षेत्र आँकड़ों के संख्यात्मक अनुपात का वर्णन करते हैं। वृत्त का प्रत्येक भाग आँकड़ों का प्रतिनिधित्व करता है। इस वृत्त ग्राफ को पाई चार्ट कहा जाता है क्योंकि 'pie' (π) मात्रा है जिसे एक वृत्त की निर्धारित परिधि माना जाता है (मंगल, 2002)।

पाई चार्ट के निर्माण के चरण निम्नलिखित हैं:

चरण 1: यहां प्रस्तुत आँकड़ों को 360° के माध्यम से प्रस्तुत किया गया है क्योंकि वृत्त के सतह क्षेत्र में 2π या 360° सम्मिलित है।

चरण 2: कुल आवृत्ति को 360° के बराबर माना जाता है और फिर प्रत्येक घटक भाग के लिए कोण की गणना की जाती है। यह सूत्र का उपयोग करके किया जाता है:

(घटक की आवृत्ति / कुल आवृत्ति) x 360°

यदि घटकों को प्रतिशत में प्रस्तुत किया जाता है तो प्रयुक्त सूत्र है

(किसी विशेष घटक का प्रतिशत / 100) X 360°

चरण 3: कोणों के निर्धारित होने के बाद क्षेत्रों को खींचा जाता है।

तालिका 2.11: पाई चार्ट के लिए आँकड़ें

व्यवसाय	व्यक्तियों की संख्या	वृत्त का कोण
वकील	5	5/30 x 360° = 60°
लेखाकार	6	6/30 x 360° = 72°
मनोवैज्ञानिक	4	4/30 x 360° = 48°
इंजीनियर	7	7/30 x 360° = 84°
डॉक्टर	8	8/30 x 360° = 96°
कुल	30	360°



आकृति 2.6: वृत्त आलेख / पाई चार्ट

अपनी प्रगति की जाँच कीजिए 5

1) बार ग्राफ खींचते समय किन बातों का ध्यान रखना चाहिए?

.....

.....

.....

.....

.....

2) पाई चार्ट क्या है?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.7 सारांश

इस इकाई में हमने शुरू में मात्रात्मक और गुणात्मक आँकड़ों के वर्गीकरण और सारणीकरण पर चर्चा की है। वर्णनात्मक सांख्यिकी के वर्गीकरण और आँकड़ों के सारणीकरण, चाहे गुणात्मक या मात्रात्मक, दो महत्वपूर्ण कार्य हैं जो आँकड़ों को बेहतर तरीके से व्यवस्थित करने में शोधकर्ताओं की सहायता करते हैं और इससे आगे के सांख्यिकीय विश्लेषण की गणना करना आसान हो जाता है। आँकड़ा वर्गीकरण अपने सबसे प्रभावी और कुशल उपयोग के लिए समूहों में आँकड़ों को व्यवस्थित करने की विधि है। एक योजनाबद्ध आँकड़ा वर्गीकरण प्रणाली महत्वपूर्ण आँकड़ों को खोजने और जब भी आवश्यकता हो उन्हें पुनः प्राप्त करना आसान बनाती है। दूसरी ओर, सारणीकरण, वर्गीकृत आँकड़ों को सारणीबद्ध रूप में सम्मिलित करने की प्रक्रिया है। एक तालिका पंक्तियों और स्तंभों में सांख्यिकीय आँकड़ों की एक सममित व्यवस्था है। हमने सारणीकरण के प्रमुख घटकों के बारे में भी चर्चा की है। वर्गीकरण और सारणीकरण के महत्व पर भी प्रकाश डाला गया है।

इस इकाई में आगे, हमने आवृत्ति वितरण के बारे में चर्चा की है। आवृत्ति वितरण एक सारणीबद्ध निरूपण है, जिसमें असंसाधित आँकड़ों को वर्ग अंतराल पर व्यवस्थित किया जाता है। आवृत्ति वितरण को सारणीबद्ध रूप में व्यवस्थित किया जाता है। इसमें असंसाधित आँकड़ों को वर्ग अंतराल में व्यवस्थित किया जाता है। आवृत्ति वितरण को सापेक्ष आवृत्ति वितरण, संचयी आवृत्ति वितरण और संचयी सापेक्ष आवृत्ति वितरण के रूप में वर्गीकृत किया जा सकता है, जिसकी इकाई में उदाहरणों की सहायता से चर्चा की गई है। आवृत्ति वितरण के दो मुख्य विधियों के अलावा, आवृत्ति वितरण में वर्ग अंतराल का वर्णन करने वाले विशेष और समावेशी तरीकों पर भी चर्चा की गई है। असमूहीकृत और समूहीकृत आँकड़ों की गणना पर ध्यान केंद्रित किया गया है। संचयी आवृत्ति वितरण बनाने में सम्मिलित चरणों पर भी प्रकाश डाला गया है। इकाई में संचयी प्रतिशत भी समझाया गया है।

इसके अलावा, इकाई में उदाहरणों की सहायता से शतमक और शतमक कोटि की अवधारणाओं और गणना पर ध्यान केंद्रित किया है। शतमक को प्राप्तांक के पैमाने पर एक बिंदु के रूप में वर्णित किया जा सकता है जिसके नीचे कुछ प्रदत्त प्रतिशत मामलों आते हैं। और शतमक कोटि उन अंकों के प्रतिशत को संदर्भित करता है जो किसी दिए गए प्राप्तांक के समान या उससे कम हैं।

इकाई के अंतिम भाग में आँकड़ों के रेखाआकृतिय प्रदर्शन को समझाया गया है। रेखाआकृति, रेखा, बार, पाई आरेखों, बिंदुओं आदि जैसे ग्राफीय प्रतीकों का उपयोग करके

आँकड़ों का प्रदर्शन करता है। जब व्यवस्थित आँकड़ों के रेखांकन का प्रतिनिधित्व किया जाता है, तो यह न केवल आकर्षक दिखता है, बल्कि इसे समझना आसान हो जाता है। बड़ी मात्रा वाले आँकड़ों को बहुत ही संक्षिप्त और आकर्षक तरीके से प्रस्तुत किया जा सकता है। ग्राफ प्रभावी और किफायती भी हैं। वर्तमान इकाई में, बार ग्राफ, आयत आवृत्ति, आवृत्ति बहुभुज, संचयी आवृत्ति प्रतिशत वक्र या तोरण और पाई चार्ट पर उदाहरण और आवृत्ति की सहायता से विस्तार से चर्चा की गई है।

2.8 संदर्भ

Kurtz, A. K., & Mayo, S. T. (2012). *Statistical Methods in Education and Psychology*. Springer Science & Business Media.

Kurtz A.K., Mayo S.T. (1979) Percentiles and Percentile Ranks. In: *Statistical Methods in Education and Psychology*. Springer, New York, NY

Miles, J. N. V., & Banyard, P. (2007). *Understanding and Using Statistics in Psychology: A Practical Introduction*. London: Sage.

Wright, D. B., & London, K. (2009). *First Steps in Statistics* (2nd ed.). London: Sage.

Field, A. (2013). *Discovering Statistics Using IBM SPSS Statistics*. Sage.

Rosnow, R. L., & Rosenthal, R. (2005). *Beginning Behavioural Research: A Conceptual Primer* (5th ed.). Englewood Cliffs, NJ: Pearson/Prentice Hall.

Aron, A., Coups, E. J. & Aron, E. N. (2013). *Statistics for Psychology* (6th ed.). Pearson Education

2.9 शब्दावली

वर्गीकरण	: यह समरूप समूहों या वर्गों में आँकड़ों को क्रमबद्ध करने की प्रक्रिया है जो आँकड़ों में मौजूद कुछ सामान्य विशेषताओं के अनुसार वर्गीकरण कहलाता है।
सारणीकरण	: यह सारणीबद्ध रूप में वर्गीकृत आँकड़ों के सम्मिलन की प्रक्रिया है।
आवृत्ति	: असंसाधित आँकड़े में किसी विशेष चर/व्यक्ति या अवलोकन की संख्या को आवृत्ति कहा जा सकता है।
शतमक	: शतमक से पता चल सकता है की एक मानकीकरण प्रतिदर्श में कितने प्रतिशत लोग एक दिए गए असंसाधित आँकड़ों से नीचे स्थित है। मानकीकरण प्रतिदर्श में शतमक एक व्यक्ति की सापेक्ष स्थिति दिखाएगा।
शतमक कोटि	: उन अंकों के प्रतिशत को संदर्भित करता है जो किसी दिए गए प्राप्तांक के समान या उससे कम हैं। प्रतिशत की तरह, शतमक कोटि, 0 से 100 तक एक निरंतरता पर आते हैं।

2.10 अपनी प्रगति की जाँच कीजिए के उत्तर

अपनी प्रगति की जाँच किजिए 1

- 1) मात्रात्मक आँकड़ें क्या है?
मात्रात्मक आँकड़ें मात्रा के बारे में जानकारी को बताते हैं, अर्थात्, वह जानकारी जिसे संख्याओं के साथ मापा और लिखा जा सकता है।
- 2) वर्गीकरण और सारणीकरण के गुणों को सूचीबद्ध करें।
वर्गीकरण और सारणीकरण के गुण निम्नानुसार हैं:
 - अ) यह आँकड़ों को स्पष्ट करने में सहायता करता है।
 - ब) आँकड़ों को सरल रूप में प्रस्तुत करते हैं।
 - स) आँकड़ों के बीच तुलना संभव है।
 - द) सूचना को आसानी से संदर्भित किया जा सकता है।

अपनी प्रगति की जाँच किजिए 2

- 1) आवृत्ति वितरण क्या है?
आवृत्ति वितरण एक ऐसा तरीका है जिसमें असंसाधित आँकड़ों को वर्गीकृत किया जा सकता है ताकि आँकड़ों की स्पष्ट समझ प्रदान की जा सके।
- 2) दैनिक आधार पर स्थानीय अस्पताल में उपचार करने वाले रोगियों की संख्या नीचे दी गई है, वर्ग अंतराल 5 के साथ आवृत्ति वितरण तालिका का निर्माण करें।

15, 23, 12, 10, 28, 7, 12, 17, 20, 21, 18, 13, 11, 12, 26, 30, 16, 19, 22, 14, 17, 21, 28, 9, 16, 13, 11, 16, 20, 1

वर्ग अंतराल	टैली	f
30-34	/	1
25-29	///	3
20-24	### /	6
15-19	### ///	8
10-14	### ////	9
5-9	//	2
0-4	/	1
		N= 30

अपनी प्रगति की जाँच किजिए 3

- 1) संचयी आवृत्ति कैसे प्राप्त की जाती है?

जब हम वितरण के नीचे से क्रमिक रूप से सभी आवृत्तियों को जोड़ते हैं तब संचयी आवृत्ति प्राप्त की जा सकती है।

- 2) दैनिक आधार पर एक स्थानीय अस्पताल में इलाज किए गए लोगों की संख्या नीचे दी गई है, वर्ग अंतराल 5 के साथ संचयी आवृत्ति वितरण तालिका का निर्माण करें।

15, 23, 12, 10, 28, 7, 12, 17, 20, 21, 18, 13, 11, 12, 26, 30, 16, 19, 22, 14, 17, 21, 28, 9, 16, 13, 11, 16, 20. 1

वर्ग अंतराल	f	संचयी आवृत्ति	संचयी प्रतिशत आवृत्ति
30-34	1	30	100
25-29	3	29	96.67
20-24	6	26	86.67
15-19	8	20	66.67
10-14	9	12	40
5-9	2	3	10
0-4	1	1	3.33
	N= 30		

अपनी प्रगति की जाँच किजिए 4

- 1) शतमक क्या है?

शतमक को "प्राप्तांक के पैमाने पर एक बिंदु के रूप में वर्णित किया जा सकता है जिसके नीचे कुछ प्रदत्त प्रतिशत मामलों आते हैं"

- 2) निम्नलिखित आँकड़ों में 22 के लिए शतमक कोटि :

आँकड़ा	कोटि क्रम
55	1
46	2
45	3
43	4
34	5

33	6
32	7
23	8
22	9
21	10

23, 34, 22, 33, 45, 55, 32, 43, 46, 21

22 के लिए शतमक कोटि 15 है।

अपनी प्रगति की जाँच किजिए 5

- 1) बार ग्राफ खींचते समय किन बातों का ध्यान रखना चाहिए?

बार ग्राफ में पट्टियों की लंबाई या ऊँचाई चर की मात्रा के अनुपात में होती है और दो पट्टियों के बीच की जगह एक बार की चौड़ाई का लगभग आधा हो सकती है और किसी भी दो पट्टियों के बीच की जगह समान होनी चाहिए।

- 2) पाई चार्ट क्या है?

पाई चार्ट को एक वृत्त ग्राफ के रूप में भी जाना जाता है। पाई चार्ट को एक ग्राफ के रूप में परिभाषित किया जाता है, जिसमें एक वृत्त होता है जिसे क्षेत्र में विभाजित किया जाता है।

2.11 इकाई अंत प्रश्न

- 1) आँकड़ों का वर्गीकरण उनके उद्देश्यों को ध्यान में रखकर स्पष्ट कीजिए।
- 2) एक तालिका के प्रमुख घटकों का वर्णन कीजिए।
- 3) उपयुक्त उदाहरणों के साथ शतमक और शतमक कोटि की व्याख्या कीजिए।
- 4) उपयुक्त आरेख के साथ बार आरेख का वर्णन कीजिए।
- 5) संचयी आवृत्ति प्रतिशत वक्र या तोरण बनाने के चरणों पर चर्चा कीजिए।