खंड 3

सहसंबंध

खंड प्रस्तावना

खंड 3: अगला खंड, अर्थात, की खंड 3 का शीर्षक है सहसम्बन्ध और इसमें दो इकाइयां है। इकाई 6 और इकाई 7 । **इकाई 6** में सहसम्बन्ध की अवधारणा, दिशा और परिमाण के विषयेमें स्पष्टीकरण किया जायेगा। सहसम्बन्ध के गुण, उपयोग और सीमाओं पर भी चर्चा की जाएगी। **इकाई 7** मे हम पियरसन का गुणन आधूर्ण सहसम्बन्ध और स्पीयरमैन का कोटि अनुक्रम सहसम्बन्ध के विषय में जानेंगे।

इकाई 6 सहसंबंध : परिचय *

संरचना

6.0 उद्देश्य

इस इकाई को पढ़ने के बाद, आपः

- सहसंबंध की अवधारणा, दिशा और परिमाण की व्याख्या कर सकेंगे;
- सहसंबंध के गुणों, उपयोग और सीमाओं पर चर्चा कर सकेंगे तथा
- सहसंबंध की अन्य विधियों का वर्णन कर सकेंगे।

6.1 प्रस्तावना

आइये नीचे दिए गये कुछ कथनों पर ध्यान दें:

जैसे जैसे तापमान में वृद्धि होती है, वैसे वैसे आइसक्रीम की बिक्री में वृद्धि होती है।

जैसे कर्मचारियों के द्वारा अनुभव किए जाने वाले व्यावसायिक तनाव में वृद्धि होती है, वैसे उनका प्रदर्शन गिर जाता है।

वायु शोधक यंत्र की बिक्री को प्रदूषण वृद्धि से जोड़ा जा सकता है।

---

* प्रो.सुहास शेटगोवेकर , मनोविज्ञान, भाखा सामाजिक विज्ञान विद्यापीठ, इग्नू

हमारे दैनिक जीवन में, हम ऐसे साहचर्यों का अनुभव करते है; जब एक चर बढ़ता है या घटता है तो दूसरा चर भी बढ़ता है या घटता है, अथवा जब एक चर बढ़ता है तो दूसरा चर घटता है, या जब एक चर घटता है तो दूसरा चर बढ़ता है। उदाहरणतः एक शोधार्थी को यह अध्ययन करने में रूचि हो सकती है की क्या किशोरों में आत्मसम्मान और उपलब्धि की प्रेरणा के मध्य संबंध है या नही। या शोधार्थी की रूचि यह जानने में हो सकती है की किसी संगठन में कर्मचारियों का मनोवैज्ञानिक स्वास्थ्य और नौकरी में संतुष्टि के मध्य संबंध है या नही। इन परिस्थितियों में, सहसंबंध शोधकर्ता को चरों के मध्य संबंधों का अध्ययन करने में तथा इसकी दिशा और परिमाण को समझने में सहायक होगा ।

शोध में दो या दो से अधिक चरों के मध्य संबंध का अध्ययन एक महत्वपूर्ण उद्देश्य हो सकता है,` और सहसंबंध की सहायता से इसका अध्ययन किया जा सकता है।

प्रस्तुत इकाई में हम सहसंबंध की अवधारणा, दिशा और परिमाण पर ध्यान देंगे। इस इकाई में सहसंबंध की अन्य विधियों के अलावा सहसंबंध के गुण, उपयोग और सीमाओं पर भी चर्चा की जाएगी।

6.2 सहसंबंध की अवधारणा, दिशा और सहसंबंध का परिमाण

सहसंबंध की अवधारणा को उदाहरण की सहायता से समझते हैः

एक शोधार्थी द्वारा एक संगठन में कनिष्ट प्रबंधकों का अनुभव काल एवं मासिक वेतन के मध्य संबंधों पर एक शोध किया गया था। प्राप्त आँकड़ें इस प्रकार हैः

तालिका 6.1 वर्षों का अनुभव और कनिष्ट प्रबंधकों की मासिक आय

कनिष्ट प्रबंधक	अनुभव काल	मासिक आय
जॉन	1	25,000
रवि	2	30,000
मारिया	3	35,000
कुलदीप	4	40,000
सलमा	5	45,000

इन आँकड़े को देखते हुए, आप क्या समझते है? आप अवलोकन कर सकते हैं की जैसे जैसे अनुभव के वर्षों की संख्या बढ़ती है, कनिष्ठ प्रबंधकों की आय भी बढ़ती है। इस प्रकार यह अनुमान लगाया जा सकता है कि कनिष्ठ प्रबंधकों के अनुभव काल और मासिक वेतन के मध्य में धनात्मक संबंध है।

हम एक और उदाहरण लेते हैः

एक प्रयोगकर्ता एक निश्चित अवधि में एक निश्चित कार्य के अभ्यास के घंटे और प्रतिभागी द्वारा की गई त्रुटियों के मध्य संबंध पर अध्ययन कर रहे थे । प्राप्त आँकड़े कुछ इस प्रकार है।

तालिका 6.2 अभ्यास के घण्टे और त्रुटियों की संख्या

प्रयोज्य	**अभ्यास के घंटे**	**त्रुटियों की संख्या**
रहमान	4	20
सोफिया	5	12
नवज्योत	7	8
अंजलि	1	30
राहुल	2	24

जैसा की हम इन आँकड़ों को अवलोकित करते है, यह समझा जा सकता है की जैसे जैसे अभ्यास के घण्टें बढ़ते जाते है प्रतिभागियों के द्वारा की जाने वाली त्रुटियों की संख्या कम होती जाती है। इस प्रकार कहा जा सकताहै कि अभ्यास के घण्टों और त्रुटियों की संख्या में ऋणात्मक संबंध है।

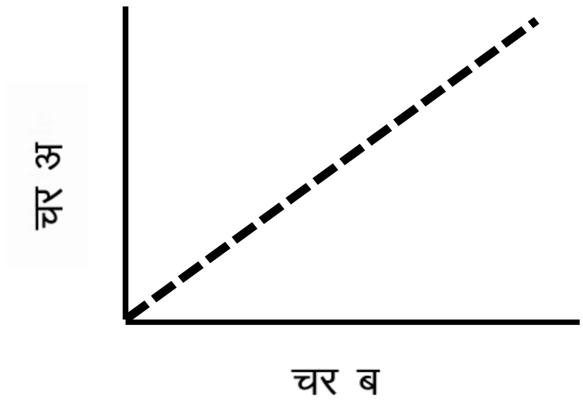
उपरोक्त उदाहरणों द्वारा आपने सहसंबंध के विषय में कुछ धारणा विकसित की होगी। आइए अब हम सहसंबंध की अवधारणा की दिशा और परिमाण को समझते हैं।

सहसंबंध का उपयोग दो या दो से अधिक चरों के मध्य संबंध का अध्ययन करने के लिए किया जा सकता है। यह दो या दो से अधिक चरों के मध्य संबंधों का मापन करता है। यह संबंध ना केवल धनात्मक या ऋणात्मक दिशा के संदर्भों में निर्धारित किया जाता है, अपितु उसके परिमाण मे भी मापा जाता है। हालांकि सहसंबंध दो चरों के मध्य किसी कारणात्मक संबंध के विषये में कोई जानकारी नहीं देता है।

सर फ्रासिंस गैल्टन का सहसंबंध के विकास में उल्लेखनीय योगदान है। उन्होंने व्यक्तिगत विभिन्नताओं तथा आनुवांशिकता के प्रभाव पर अध्ययन किया। उन्होंने अभिभावकों और उनके बच्चों के कद का अध्ययन द्विचर वितरण ;जिसमें दो चरों के मध्य संबंध का अध्ययन किया जाता हैद्ध की सहायता से अध्ययन किया और पाया की जिन बच्चों के माता पिता लंबे होते हैं उनके बच्चे भी लम्बे होते हैं (वीराराघवन और शेटगोवेकर, 2016)। वर्ष 1986 में कार्ल पियासन ने सहसंबंध की गणितीय प्रक्रिया को आगे बढ़ाया।

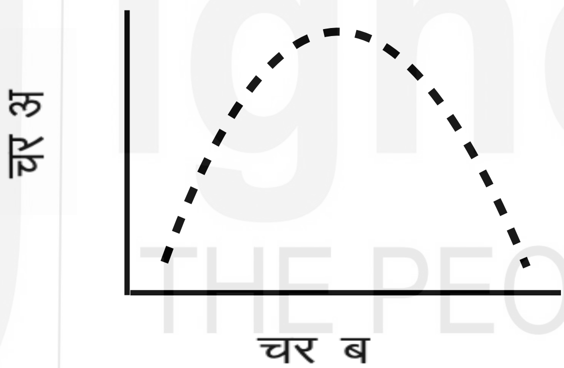
सहसंबंध को रेखीय और अरेखीय सहसंबंध में वर्गीकृत किया जा सकता है। इनकी विस्तृत चर्चा इस प्रकार हैः

(क) **रेखीय सहसंबंधः** जब दो चरों के मध्य रेखीय संबंध होता है तो वह रेखाआकृति में एक सीधी रेखा के रूप में दर्शायी जाएगी, जो दो चरों के मध्य रेखीय सहसंबंध को प्रदर्शित करती है। ऐसी रेखाआकृति दर्शाती है की एक चर में वृद्धि होने पर दूसरे चर में भी वृद्धि होती है। इसका विपरीत भी होता है, जैसा की एक चर में कमी होने पर दूसरे चर में भी कमी होती है। उदाहरण के लिए, यदि संवेगात्मक बुद्धि का प्राप्तांक बढ़ता/घटता है तो आत्म सम्मान के प्राप्तांक में भी बढ़त/कमी होती है। आकृति 6.1 में रेखीय सहसंबंध को रेखाआकृति द्वारा दर्शाया गया है।



आकृति 6.1: रेखीय सहसंबंध

(ख) **अरेखीय सहसंबंध**: अरेखीय सहसंबंध रेखीय सहसंबंध के विपरीत है। इसमें दो चरों के मध्य संबंध को एक सीधी रेखा द्वारा प्रदर्शित नहीं किया जाता है। इसे वक्ररेखीय सहसंबंध कहते हैं। जैसा की आकृति 6.2 में प्रदर्शित किया गया है।

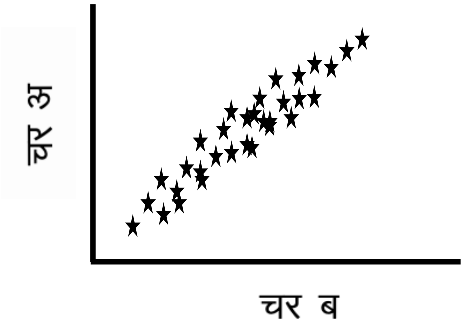


आकृति 6.2: अरेखीय सहसंबंध

6.2.1 सहसंबंध की दिशा और परिमाण

इस खण्ड के प्रारंभ में हमने जिन उदाहरणों की चर्चा की है, उन उदाहरणों से यह स्पष्ट होना चाहिए की सहसंबंध धनात्मक या ऋणात्मक हो सकते है। यह भी हो सकता है की चरों का आपस में कोई भी संबंध न हो । इसे सहसंबंध की दिशा के रूप में वर्णित किया जा सकता है। आइए इस पर विस्तार से चर्चा करते हैं:

धनात्मक सहसंबंध – धनात्मक सहसंबंध दो चरों के मध्य सहसंबंध है जहां एक चर में वृद्धि होने पर दूसरे चर में भी वृद्धि होती है और एक चर में कमी होने पर दूसरे चर में भी कमी होता है। उदाहरण के लिए, यदि किशोरों द्वारा प्राप्त की गई संवेगात्मक बुद्धि का प्राप्तांक बढ़ता है तो उपलब्धि अभिप्रेरण में भी वृद्धि होगी या यदि किशोरों द्वारा संवेगा. त्मक बुद्धि का प्राप्तांक घटता है तो उपलब्धि अभिप्रेरण प्राप्तांक भी घटता है। धनात्मक सहसंबंध प्रदर्शित करता है की दोनों चर समान दिशा में आगे बढ़ रहे है। आकृति 6.3 एक विकर्ण आकृति है जो की चर अ तथा चर ब के मध्य धनात्मक सहसंबंध प्रदर्शित करती है। द्विचर वितरण को प्रदर्शित करने के लिए विकर्ण आरेख का प्रभावी ढंग से उपयोग किया जा सकता है, जो दो चर के मध्य संबंध को दर्शाता है।

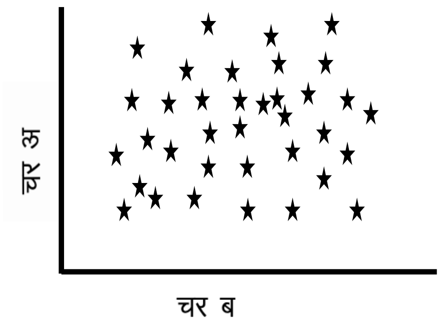


आकृति 6.3: धनात्मक सहसंबंध

ऋणातमक सहसंबंध – दो चरों के मध्य ऐसे संबंध को ऋणात्मक सहसंबंध कहते है, जहां एक चर में वृद्धि होने पर दूसरा चर घटता है, और एक चर घटने पर दूसरे चर में वृद्धि होती है। उदाहरण के लिए, यदि कर्मचारियों के व्यावसायिक तनाव के प्राप्तांक में वृद्धि होती है तो कार्य अभिप्रेरणा में कमी आयेगी। यदि कर्मचारियों के व्यावसायिक तनाव के प्राप्तांक कम हो जाते हैं तो कार्य अभिप्रेरण पर उनके द्वारा प्राप्त किये गये प्राप्तांक में वृद्धि होगी। इस तरह दो चर एक ही दिशा में नहीं बढ़ रहे है। आकृति 6.4 ऋणात्मक सहसंबंध का एक आरेखीय प्रतिनिधित्व है।

आकृति 6.4 ऋणात्मक सहसंबंध

शून्य सहसंबंध या कोई सहसंबंध नहीं – ऐसा हो सकता है की दोनों चरों के मध्य कोई संबंध न हो। ऐसी स्थिति में सहसंबंध शून्य होगा। इस प्रकार, इस स्थिति में संबंध न तो धनात्मक है और न ही ऋणात्मक है । ऐसे भी चर हैं जिनके मध्य कोई सहसंबंध नही होता है। उदाहरण के लिए व्यक्तियों की ऊंचाई और उनके अनुभव में कोई संबंध नहीं हो सकता है। व्यक्तियों के भार और पर्यावरण के प्रति उनके अभिवृत्ति के मध्य कोई संबंध नहीं हो सकता है। शून्य सहसंबंध को आकृति 6.5 में विकर्ण आरेख के माध्यम से दिखाया गया है।



आकृति 6.5: शून्य या कोई सहसंबंध नहीं

सहसंबंध की दिशा के अलावा सहसंबंध के परिमाण या शक्ति को समझना आवश्यक है। सहसंबंध की परिमाण को रैखिकता की मात्रा से निरूपित किया जाता है। किसी भी दो चरों के मध्य सहसंबंध को, सहसंबंध गुणांक कहते हैं जिसे संख्या द्वारा द'ााया जाता है। सहसंबंध गुणांक –1 से +1 के मध्य होता है। इस प्रकार सहसंबंध गुणांक 0.28, या –0.69 या 0.75 प्राप्त किया जा सकता है। यह संख्या –1 से +1 के मध्य होगी और + और – चिन्ह सहसंबंध की दिशा को द'ाायेगा, चाहे वे धनात्मक हो या ऋणात्मक। सहसंबंध गुणांक की व्याख्या तालिका संख्या 6.3 की सहायता से की जा सकती है (मंगल, 2002, पृष्ठ 105)।

तालिका 6.3: सहसंबंध गुणांक की व्याख्या

सहसंबंध गुणांक की श्रेणी	**व्याख्या**
+1 या –1	यह पूर्ण सहसंबंध है। हालांकि दिशा धनात्मक या ऋणात्मक हो सकती है।
+0.91 से 0.99	सहसंबंध बहुत अधिक है
+0.71 से 0.90	सहसंबंध अधिक है
+0.41 से 0.70	सहसंबंध मध्यम है।
+0.21 से 0.40	सहसंबंध कम है।
0 से +0.20	सहसंबंध नगण्य है।
0	कोई सहसंबंध नहीं है

सहसंबंध गुणांक की व्याख्या करते समय धनात्मक और ऋणात्मक चिह्नों के आधार पर दिशा का ध्यान रखना आवश्यक है।

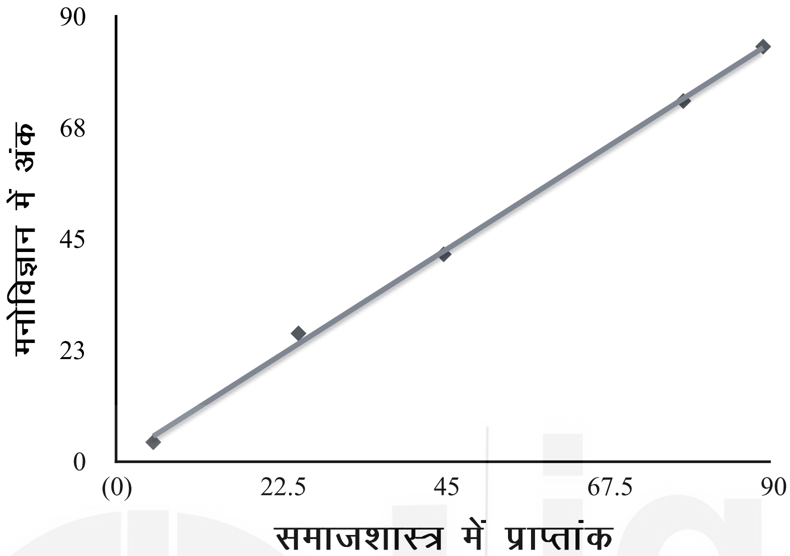
6.2.2 विकर्ण आरेख

इस विधि में, दो चरों के मानों को ग्राफ पत्र पर बिन्दुओं के रूप में आलेखित किया जाता है। जिसमें ल अक्ष पर चर अ और ग अक्ष पर चर ब है। जैसा कि आकृति 6.3, 6.4 और 6.5 में दिखाया गया है।

तालिका 6.4: मनोविज्ञान और समाजशास्त्र विषयों की कक्षा परीक्षा में विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त अंक

विद्यार्थी	**मनोविज्ञान में अंक**	**समाजशास्त्र में अंक**
पीटर	25	26
सारिका	45	42
कमलदीप	78	73
सलमान	5	4
अरविंद	89	84

उदाहरण के लिए हम पांच विद्यार्थियों द्वारा समाजशास्त्र और मनोविज्ञान की कक्षा परीक्षा में प्राप्त अंकों के मध्य संबंधों का अध्ययन करना चाहते है। आँकड़े तालिका 6.4 में दिये गये है।



आकृति 6.6ः तालिका 6.4 के आधार पर विकर्ण **आरेख**

जैसा कि ग्राफ में प्रतीत होता है की समाजशास्त्र और मनोविज्ञान के प्राप्तांकों के मध्य, रेखीय सहसंबंध है। सहसंबंध गुणांक की गणना पियरसन का गुणन आघूर्ण सहसंबंध और स्पीयरमैन का कोटी अनुक्रम सहसंबंध से की जा सकती है जिसकी चर्चा अगली इकाई में की जाएगी।

अपनी प्रगति की जांच कीजिए 1

1) सहसंबंध क्या है?

....

....

....

....

....

6.3 सहसंबंध का गुण, उपयोग और सीमाएं

जैसे कि 'सहसंबंध की अवधारणा स्पष्ट है। अब हम सहसंबंध के गुणों, उपयोग और सीमाओं पर चर्चा करेंगे।

6.3.1 सहसंबंध के गुण

1) सहसंबंध में प्रयुक्त चर मात्रात्मक प्रकृति के होते हैं' अर्थात उनको मापा जा सकता है।

2) सहसंबंध गुणांक का मान – से +1 तक होगा। सहसंबंध धनात्मक, ऋणात्मक अथवा शून्य सहसंबंध हो सकता है।

3) जैसा की हमने पहले चर्चा की है की सहसंबंध चर के मध्य संबंधों के विषय में जानकारी प्रदान करता है लेकिन यह चरों के मध्य कारण और प्रभाव पर कोई सूचना नही प्रदान करता है। उदाहरण के लिए हम संगठनात्मक संस्कृति और कार्य संतुष्टि के मध्य एक धनात्मक सहसंबंध प्राप्त करते है लेकिन सहसंबंध इन दो चरों के मध्य संबंधों में कारण और प्रभाव को निरूपित नहीं करता है।

4) सहसंबंध के आधार पर भविष्यवाणी करना संभव नहीं है। उदाहरण के लिए तापमान में वृद्धि और आईसक्रीम या शीत पेय की बिक्री के मध्य धनात्मक सहसंबंध है लेि. कन इसकी सहायता से तापमान के आधार पर आईसक्रीम या शीत पेय की बिक्री की भविष्यवाणी नहीं की जा सकती है।

5) यदि चर यादृच्छिक रूप से भिन्न हैं, तो भी सहसंबंध का उपयोग संभव है

6) प्रतिचयन त्रुटि का सहसंबंध पर प्रभाव पड़ता है।

6.3.2 सहसंबंध का उपयोग

मोहती और मिश्रा, 2016 के अनुसार सहसंबंध का उपयोग विभिन्न उद्देश्यों के लिए किया जा सकता है जोकि इस प्रकार हैः–

1) **वैधता और विश्वसनीयताः** यह मनोवैज्ञानिक परीक्षणों के महत्वपूर्ण पहलू हैं। सहसंबंध का उपयोग मनोवैज्ञानिक परीक्षणों की वैधता एवं विश्वसनीयता ज्ञात करने में किया जा सकता है। वैद्यता का अर्थ है की परीक्षण क्या वही माप रहा है जो उसे मापना चाहिए। विश्वसनीयता परीक्षण की स्थिरता के विषय में सूचना प्रदान करता है।

2) **सिद्धांतों का सत्यापनः** सहसंबंध का उपयोग सिद्धांतों को सत्यापित करने या निश्चित सिद्धांतों के परीक्षण में चरों के मध्य सहसंबंध ज्ञात करने में किया जाता है। उदाहरण के लिए, यदि एक सिद्धांत बताता है कि पालन–पोषण शैली और स्थिति–स्थापन (तमेपसपमदबम) के मध्य संबंध है तो परीक्षण के आधार पर दो चरों के मध्य सहसंबंध की गणना की जा सकती है।

3) **समूहों में चरो को वर्गीकृत करनाः** सहसंबंध गुणांक के आधार पर जो चर धना. त्मक सहसंबंध दिखाते है उन्हें एक समूह में, तथा जो चर ऋणात्मक सहसंबंध दिखाते है उन्हें अलग समूह में वर्गीकृत किया जा सकता है ।

4) **आगे की सांख्यिकीय विश्लेषण की गणनाः** सहसंबंध की गणना के बाद प्राप्त परिणामों के आधार पर विभिन्न सांख्यिकीय तकनीकों जैसे प्रतिगमन का उपयोग किया जा सकता है। इसके अलावा, सहसंबंध का उपयोग बहुचर सांख्यिकीय विश्लेषण के लिए किया जा सकता है। मुख्यरूप से मनोवा ;ड।छव्ट।द्ध, मनकोवा ;ड।छब्व्ट ।द्ध, विघटन विश्लेषण, कारक विश्लेषण आदि विधियों में किया जा सकता है (मोहती और मिश्रा, 2016)।

5) **सहसंबंध के आधार पर पूर्वानुमान को निर्धरित करना है या नहीं इसका निर्णय लिया जा सकता हैः** सहसंबंध के आधार पर पूर्वानुमान निर्धरित करना है या नहीं इसका का निर्णय लिया जा सकता है। सहसंबंध की गणना करके आप एक चर से दूसरे चर की मात्रा का अंदाजा नहीं लगा सकते, परंतु इस जानक. ारी के साथ की एक चर का दूसरे चर के साथ अर्थपूर्ण सहसंबंध है, आप अन्य सांख्यकीय विधियों का उपयेाग पूर्वानुमान निर्धरित करने के लिए कर सकते हैं।

उदाहरण के तौर पर, यदि पारिवारिक माहौल और बच्चों में समायोजन के मध्य सकारत्मक सहसंबंध हैं, तो सांख्यकीय विधियों का उपयेाग करके बच्चों में समायोजन की क्षमता का अंदाज पारिवारिक माहौल के आधार पर लगाया जा सकता है।

6.3.3 सहसंबंध की सीमाएं

सहसंबंध की कुछ सीमाओं की व्याख्या निम्नानुसार की गई है:

1) जैसा कि पहले चर्चा की गई थी की सहसंबंध चरों के मध्य संबंधों के कारण और प्रभाव के विषय में कोई भी सूचना प्रदान नहीं करेगा।

2) सहसंबंध गुणांक, मुख्य रूप से, पियरसन का गुणन आघूर्ण सहसंबंध और स्पीयरमैन का कोटी अनुक्रम सहसंबंध, तब उपयोगी है जब चर के मध्य एक रैखिक संबंध होता है।

3) असतत् वितरण के संबंध में प्राप्त सहसंबंध गुणांक अधिक प्राक्कलित या अधिक हो सकते है।

4) प्रतिदर्श विचरण सहसंबंध पर प्रभाव डाल सकते है। जैसे की अन्य सांख्यिकीय तकनीकों के साथ होता है।

5) सयोजित प्रतिदर्श के संदर्भ मे सहसंबंध, ग और ल आयाम या चर के प्राप्तांकों की सापेक्ष स्थिति से निर्धारित की जायेगी।

अपनी प्रगति की जांच कीजिए 2

1) सहसंबंध के उपयोग को सूचीबद्ध करें।

....

....

....

....

....

6.4 सहसंबंध की अन्य विधियां

सहसंबंध ज्ञात करने की अन्य विधियों की चर्चा इस अनुभाग में की जाएगी:

1) **आंशिक सहसंबंध**: आशिंक सहसंबंध में, तीसरे चर के प्रभाव को नियत्रिंत करके दो चरों के मध्य संबंध का अध्ययन किया जाता है। उदाहरण के लिए यदि हम किशोरों की संवेगात्मक बुद्धि ओर आत्म धारणा के मध्य संबंधों का अध्ययन करेंगे तो तीसरे चर, परिवार के वातावरण को आशिंक रूप से अध्ययन से आंशिक रूप से बाहर कर सकते है या नियंत्रित कर सकते है।

2) **भाग सहसंबंध**: इसे अर्ध आंशिक सहसंबंध भी कहा जाता है। यह एक तरह से आंशिक सहसंबंध के समान है। इसमे दो चरों के मध्य सहसंबंध का अध्ययन किया जाता है और इन दो चरों में से एक चर पर तीसरे चर के प्रभाव को नियंत्रित किया जाता है। आंशिक सहसंबंध के अर्न्तगत लिए गये उदाहरण के अनुसार पारिवारिक वातावरण का संवेगात्मक बुद्धि पर प्रभाव नियंत्रित किया जायेगा, आत्म धारणा पर नही ।

3) **बहुसहसंबंधः** बहुसंबंध में, एक चर कई अन्य चरों के साथ सबंधित होते है। उदाहरण के लिए आत्म धारणा का संबंध अन्य चरों जैसे संवेगात्मक बुद्धि, उपलब्धि प्रेरणा, जीवन की गुणवत्ता आदि के साथ देखा जा सकता है।

4) **द्विश्रेणिक सहसंबंधः** द्विश्रेणिक सहसंबंध में, सतत् चर और कृत्रिम रूप में द्विगुणित चर के मध्य सहसंबंध देखा जाता हैं। द्विगुणित चर वह है जिसे दो भागों में वर्गीकृत किया जा सकता है। उदाहरण, सामाजिक आर्थिक स्थिति उच्च और निम्न हो सकती है। द्विश्रेणिक सहसंबंध को उदाहरण के द्वारा समझने के लिए उपलब्धि अभिप्रेरण और उच्च और निम्न संवेगात्मक बुद्धि में संबंध के विषयें में जानने के लिए द्विश्रेणिक सहसंबंध का प्रयोग किया जा सकता है। यहां उपलब्धि अभिप्रेरणा सतत चर है और संवेगात्मक बुद्धि कृत्रिम रूप में द्विगुणित चर है।

5) **बिंदु द्विश्रेणिक सहसंबंधः** बिंदु द्विश्रेणिक सहसंबंध में सतत् चर और प्राकृतिक द्वि गुणित चर के मध्य संबंध मापा जाता हैं। प्राकृतिक द्विगणित चर का उदारहण है, लिंग (पुरूष और महिला), धर्म (हिन्दू और मुस्लिम) आदि। उदाहरणः बिंदु द्विश्रेणिक सहसंबंध का उपयोग तब किया जाता जब हम कार्य अभिप्रेरण (सतत् चर) और लिंग (पुरूष और महिला) के मध्य संबंध ज्ञात करना चाहते हो।

6) **चतुष्कोष्टिक सहसंबंधः** जब दोनों चर कृत्रिम रूप से द्विगुणित होते है तो दो चरों के मध्य संबंधों का अध्ययन करने के लिए चतुष्कोष्टिक सहसंबंध की गणना की जा सकती है। उदाहरण के लिए, चतुष्कोष्टिक सहसंबंध का उपयोग तब किया जा सकता है जब हम चर संवेगात्मक बुद्धि (उच्च और निम्न में वर्गीकृत) और समायोजन (अच्छी तरह समायोजित और कुसमायोजन में वर्गीकृत) के मध्य संबंधों का अध्ययन करना चाहते है।

7) **फाई गुणांकः** यह चतुष्कोष्टिक सहसंबंध के समान ही है लेकिन इसका उपयोग तब किया जाता है जब दोनों चर प्राकृतिक रूप से द्विगुणित होते है। उदाहरण के लिए यदि हम लिंग (पुरूष और महिला) और प्रतिक्रिया कथन (सहमत और असहमत) के मध्य संबंध देखना चाहते है तो फाई गुणांक की गणना की जा सकती है।

अपनी प्रगति की जांच कीजिए 3

सहसंबंध की अन्य विधियों के लिए चर 1 और चर 2 की प्रकृति और संक्षिप्त विवरण दे।

सहसंबंध की विधि	विवरण	चर 1	चर 2
आंशिक सहसंबंध			
भाग सहसंबंध			

बहुसहसंबंध			
द्वि श्रेणिक सहसंबंध			
बिंदु द्विश्रेणिक सहसंबंध			
चतुष्कोष्टिक सहसंबंध			
फाई गुणांक			

6.5 सारांश

वर्तमान इकाई में, हमने मुख्य रूप से सहसंबंध की अवधारणा के विषय में चर्चा की है। सहसंबंध का उपयोग दो या दो से अधिक चरों के मध्य संबंधों का अध्ययन करने के लिए किया जाता है। यह दो या दो से अधिक चरों के मध्य के संबंध का एक माप है। यह संबंध धनात्मक या ऋणात्मक हो सकते हैं तथा परीक्षण के संदर्भ में उच्च या

निम्न हो सकते हैं। सहसंबंध को रेखिय या अरेखिय सहसंबंध में वर्गीकृत किया जा सकता है। इसकी वर्तमान इकाई में आकृतियों की सहायता से चर्चा की गई है। इस इकाई में विकर्ण आरेख के विषय में भी चर्चा की गई है। विकर्ण आरेख को विकर्ण ग्राफ भी कहा जाता है। इस विधि में, दो चरों के मानों को ग्राफ पत्र पर बिंन्दुओं के रूप में आलेखित किया जाता है, जसमें ल अक्ष पर चर अ और ग अक्ष पर चर ब होता है। इकाई में आगे हमने सहसंबंध के गुणों, उपयोग और सीमाओं के विषय में भी चर्चा की है, जो की प्रा. संगिक है ताकि विद्यार्थियों को पता चल सके की सहसंबंध का उपयोग कैसे किया जा सकता है। इस इकाई के अंत में हमने सहसंबंध के अन्य विधियां जैसे की आंशिक सहसंबंध, भाग सहसंबंध, बहुसहसंबंध, द्विश्रेणिक सहसंबंध, बिंदु द्विश्रेणिक सहसंबंध, चतुष्कोष्टिक सहसंबंध, फाई गुणांक आदि पर ध्यान केन्द्रित किया है। अगली इकाई में हम सीखेंगे की पियरसन का गुणन आघूर्ण सहसंबंध और स्पीयरमैन का कोटी अनुक्रम सहसंबंध ा की सहायता से सहसंबंध गुणांक की गणना कैसे की जाती है।

6.6 शब्दावली

द्विश्रेणिक सहसंबंध : द्विश्रेणिक सहसंबंध में, सतत् चर और कृत्रिम द्विगणितीय चर के मध्य संबंध को मापा जाता है।

सहसंबंध : यह दो या दो से अधिक चरों के मध्य संबंध का माप है। यह धनात्मक और ऋणात्मक दिशा में निर्धारित किया जा सकता है।

रेखिय सहसंबंध : रेखिय सहसंबंध को ग्राफ में ऐक सीधी रेखा द्वारा दर्शाया जाता है जो दिए गए दो चरों के मध्य रैखिय सहसंबंध को दर्शाती है।

बहुसहसंबंध : एक चर का सहसंबन्ध अनेक चरों के साथ किया जाता है

अ**रेखीय सहसंबंध** : यहां संबंध एक सीधी रेखा द्वारा नहीं दर्शाया जाता है परंतु यह वक्ररेखीय हैं।

ऋणात्मक सहसंबंध : दो चरों के मध्य ऐसे संबंध को ऋणात्मक सहसंबंध कहते है, जहां एक चर में वृद्धि होने पर दूसरे चर घटता है, और एक चर घटने पर दूसरे चर में वृद्धि होती है।

कोई सहसंबंध नहीं या शून्य सहसंबंध : जब दो चर के मध्य कोई संबंध नहीं होता है तो सहसंबंध शून्य होगा। इस प्रकार यह संबंध न तो धनात्मक है और न ही ऋणात्मक।

भाग सहसंबंध : इसे अर्ध आंशिक सहसंबंध भी कहा जाता है। यह एक तरह से आंशिक सहसंबंध के समान है। इसमे दो चरों के मध्य सहसंबंध का अध्ययन किया जाता है और इन दो चरों में से एक चर पर तीसरे चर के प्रभाव को नियंत्रित किया जाता है।

आंशिक सहसंबंध : आशिंक सहसंबंध में, तीसरे चर के प्रभाव को नियत्रिंत करके दो चरों के मध्य संबंध का अध्ययन किया जाता है।

बिंदु द्विश्रेणिक सहसंबंध : बिंदु द्विश्रेणिक सहसंबंध में सतत् चर और प्राकृतिक द्वि गुणित चर के मध्य संबंध मापा जाता है।

फाई गुणांक : फाई गुणांक का उपयोग तब किया जाता है जब दोनों चर प्राकृतिक रूप में द्विगुणित होते है।

धनात्मक सहसंबंध : घनात्मक सहसंबंध दर्शाता है कि एक चर में वृद्धि से दूसरे चर में भी वृद्धि और एक चर में कमी से दूसरे चर में कमी होती है।

विकर्ण आरेख : इस विधि में, दो चरों के मानों को ग्राफ पत्र पर बिंन्दुओं के रूप में आलेखित किया जाता है। जिसमें ल अक्ष पर चर अ और ग अक्ष पर चर ब होता है।

चतुष्कोष्टिक सहसंबंध : जब दोनों चर कृत्रिम रूप सें द्विगुणित होते है तो दो चरों के मध्य संबंधों का अध्ययन करने के लिए चतुष्कोष्टिक सहसंबंध की गणना की जा सकती है।

6.7 संदर्भ

King, Bruce. M; Minium, Edward. W. (2008). *Statistical Reasoning in the Behavioural Sciences*. Delhi: John Wiley and Sons, Ltd.

Mangal, S. K. (2002). *Statistics in Psychology and Education*. new Delhi: Phi Learning Private Limited.

Minium, E. W., King, B. M., & Bear, G. (2001). *Statistical Reasoning in Psychology and Education*. Singapore: John-Wiley.

Mohanty, B and Misra, S. (2016). *Statistics for Behavioural and Social Sciences*. Delhi: Sage.

Veeraraghavan, V and Shetgovekar, S. (2016). *Textbook of Parametric and Non-parametric Statistics*. Delhi: Sage.

6.8 आपकी प्रगति की जांच कीजिए के उत्तर

अपनी प्रगति की जांच कीजिए 1

1) सहसंबंध क्या है?

यह दो या दो से अधिक चरों के मध्य संबंध का माप है। यह धनात्मक और ऋणात्मक दिशा में निर्धारित किया जा सकता है।

अपनी प्रगति की जांच कीजिए 2

1) सहसंबंध का उपयोग निम्न प्रकार से किया जा सकता है:

1. मनोवैज्ञानिक परीक्षणों की वैधता और विश्वसनीयता ज्ञात करने के लिए।

2. सिद्धांत के सत्यापन के लिए।
3. चरों को वर्गीकृत करने के लिए।
4. आगामी सांख्यिकीय विश्लेषण की गणना के लिए।

अपनी प्रगति की जांच कीजिए 3

सहसंबंध की विधि	विवरण	चर 1	चर 2
आंशिक सहसंबंध	तीसरे चर के प्रभाव को नियंत्रित करके दो चरों के मध्य सहसंबंध का अध्ययन किया जाता है।	चर सतत् प्रकृति का है।	चर सतत् प्रकृति का है।
भाग सहसंबंध	भाग सहसंबंध में दो चरों के मध्य सहसंबंध का अध्ययन किया जाता है। तीसरे चर का प्रभाव नियंत्रित होता है।	चर सतत् प्रकृति का है।	चर सतत् प्रकृति का है।
बहुसहसंबंध	एक चर का सहसंबंध अनेक चरों के साथ किया जाता है (अन्य चर भी सतत होते हैं)	चर सतत् प्रकृति का है।	चर सतत् प्रकृति का है।
द्विश्रेणिक सहसंबंध	सतत् चर और कृत्रिम रूप से द्विगुणित चर के मध्य सहसंबंध मापा जाता है।	चर सतत् प्रकृति का है।	चर कृत्रिम रूप से द्विगुणित है।
बिंदु द्विश्रेणिक सहसंबंध	सतत् चर और प्राकृतिक द्वि गुणित चर के मध्य संबंध मापा जाता है।	चर सतत् प्रकृति का है।	चर प्राकृतिक रूप से द्विगुणित है।
चतुष्कोष्टिक सहसंबंध	इसका उपयोग तब किया जाता है जब दोनों चर कृत्रिम रूप से द्विगुणित होते है।	चर कृत्रिम रूप से द्विगुणित है।	चर कृत्रिम रूप से द्विगुणित है।
फाई गुणांक	इसका उपयोग तब किया जाता जब दोनों चर प्राकृतिक रूप से द्विगुणित होते है।	चर प्राकृतिक रूप से द्विगुणित है।	चर प्राकृतिक रूप से द्विगुणित है।

6.9 इकाई अंत प्रश्न

1. सहसंबंध की अवधारणा को दिशा और परिमाण को ध्यान मे रखते हुये व्याख्या कीजिए ।
2. रेखिय और अरेखिय सहसंबंध की चर्चा आकृति की सहायता से कीजिए ।
3. सहसंबंध के गुणों का वर्णन कीजिए ।
4 सहसंबंध का उपयोग और सीमाओं की व्याख्या कीजिए ।
5. सहसंबंध के अन्य विधियों का वर्णन कीजिए ।

इकाई 7 सहसंबंध के गुणांक की गणना *

संरचना

7.0 उद्देश्य

इस इकाई को पढ़ने के बाद, आपः

- पियरसन का गुणन आघूर्ण सहसंबंध तथा स्पीयरमैन का कोटी अनुक्रम सहसंबंध की गणना कर सकेंगे।

7.1 प्रस्तावना

पिछली इकाई में, हम ने सहसंबंध के मूल बातों की चर्चा की थी । हमने चर्चा की थी की सहसंबंध दो या दो से अधिक चरों के बीच का संबंध बताता है। सहसंबंध की व्याख्या दिशा और परिमाण के संदर्भ में की जा सकती है । इस प्रकार, दिए गए दो चरों के मध्य धनात्मक व ऋणात्मक या शून्य सहसंबंध हो सकता है। इसके अतिरिक्त सहसंबंध का पि. रमाण +1 मे –1 के मध्य हो सकता है।

इस इकाई मे, हम सहसंबंध की गणना की दो विधियां, पियरसन का गुणन आधूर्ण सहसंबं ा व स्पीयरमैन का कोटी अनुक्रम सहसंबंध सीखेंगे ।

इन दो विधियों को पृथक किया जा सकता है। पियरसन का गुणन आधूर्ण सहसंबंध को प्राचल सांख्यिकी के अंतर्गत वर्गीकृत किया जाता है और स्पीयरमैन का कोटी अनुक्रम सहसंबंध, अप्रचल सांख्यिकी के अंतर्गत आता है। प्राचलिक और अप्राचल सांख्यिकी के अंतर को निम्नलिखित तालिका में प्रदर्शित किया गया है।

तालिका 7:1: प्राचलिक और अप्राचल सांख्यिकी के बीच अंतर

* प्रो.सुहास शेटगोवेकर, मनोविज्ञान संकाय सामाजिक विज्ञान विद्यापीठ, इग्नू

प्राचलिक	अप्राचल
अभिगृहीत वितरण प्रसामान्य है।	अभिगृहीत वितरण प्रसामान्य हो ऐसा आवश्यक नहीं होता है। यह कोई भी वितरण हो सकता है
इसमें प्रसरण सजातीय होता है।	प्रसरण वि ामजातीय हो सकता है। या प्रसरण के बारे में कोई अभिग्रह नहीं होता है।
इसमें अंतराल पैमाना तथा अनुपात पैमाना का उपयोग होता है।	इसमें क्रमसूचक पैमाना तथा नामित पैमाना का उपयोग होता है।
इसमें आँकड़ों के मध्य संबंध स्वतंत्र होना चाहिए।	इसमें आँकड़ों के मध्य संबंध की स्वतंत्रता के संबंध में कोई अभिग्रह नहीं है।
यहाँ केंद्रीय प्रवृत्ति के माप माध्य का उपयोग किया जाता है।	यहाँ केंद्रीय प्रवृत्ति का माप माध्यिका का उपयोग किया जाता है।
इसमें अप्राचल तकनीक की तुलना में गणना करना अधिक जटिल है।	इसकी गणना करना आसान है।
यह आउटलॉयर्स से प्रभावित हो संकती है।	तुलनात्मक रूप से आउटलॉयर्स से कम प्रभावित होती है।

अगले भाग में, हम सीखेंगे कि पियरसन गुणन आघूर्ण सहसंबंध की गणना कैसे की जाती है।

7.2 पियरसन का गुणन आघूर्ण सहसंबंध

पियरसन का गुणन आघूर्ण सहसंबंध, सहसंबंध गुणांक की गणना करने की विधियों में से एक है। जब प्राचल सांख्यिकी के अभिग्रह मान्य होती हैं तब इस विधि का उपयोग किया जाता है। इस विधि का नाम कार्ल पियरसन के नाम पर रखा गया है, जिन्होंने इस विधि का अविष्कार किया था। इसे ''r'' द्वारा दर्शाया जाता है।

7.2.1 पियरसन का गुणन आघूर्ण सहसंबंध के अभिग्रह

पियरसन का गुणन आघूर्ण सहसंबंध विधि के अभिग्रह इस प्रकार हैं:

1) ''r'' की गणना में प्रयुक्त चर प्रकृति में सतत होते हैं और मापनी के पैमाने अंतराल तथा अनुपात पैमाने होते है।

2) इस विधि मे चरों का वितरण एकलबहुलकी होता है तथा सममित के निकट होता है। वितरण प्रसामान्य होने की आवश्यकता नहीं है।

3) इसमे अंतर्गत प्राप्तांक के युग्म स्वतंत्र होते है और यह एक दूसरे से जुड़े नहीं होते है

4) चरों मे रेखीय संबंध होता है। इनका प्रयोग करके जो विकर्ण आरेख बनाया जाता है वह रेखीय होता है।

5) ''r'' का उपयोग मुख्य रूप से सहसंबंध के चिन्ह और परिमाण का पता लगाने के लिए किया जाता है जो की धनात्मक, ऋणात्मक या शून्य सहसंबंध हो सकता है। इसका परिमाण +1 से –1 के बीच हो सकता है।

7.2.2 पियरसन का गुणन आधूर्ण सहसंबंध का उपयोग

1) यह दो चरों के मध्य मात्रात्मक संबंध निर्धारित करने में सहायता करता है। मात्राक. रण की वजह से तुलना करना संभव हो जाता है।

2) ''r'' के आधार पर, प्रतिगमन समीकरण की गणना की जा सकती है। अतः ''r'' गणना के बाद प्रतिगमन की गणना करना संभव है। यह निर्धारित किया जा सकता है की क्या एकं चर का दूसरे चर के आधार पर भविष्यवाणी कर सकते है या नही।

3) मनोवैज्ञानिक परीक्षणों की विश्वसनीयता एंव वैधता की गणना में ''r'' का उपयोग किया जा सकता है।

4) यह कारक विश्लेषण में भी सहायक हो सकता है।

7.2.3 पियरसन का गुणन आधूर्ण सहसंबंध की गणना

पियरसन का गुणन आधूर्ण सहसंबंध की गणना के दो मुख्य विधियां हैं जिनकी हम चर्चा करेंगे उनका वर्णन इस प्रकार हैः

विधि –1: प्रथम विधि का सूत्र नीचे दिया गया है

$r_{xy} = \sum xy/N\, \boldsymbol{\sigma}_x \boldsymbol{\sigma}_y$

जहॅा

r = सहसंबंध

x = किसी प्राप्तांक x का उसके माध्य से विचलन

y = किसी प्राप्तांक Y का उसके माध्य से विचलन

$\sum xy$ = x को उसके अनुरुप y से गुणा कर प्राप्त अंकों के योग को इंगित करता है

N = प्रतिभागियों की कुल संख्या

$\boldsymbol{\sigma}_x$ = x के प्राप्ताकों का मानक विचलन

$\boldsymbol{\sigma}_y$ = y के प्राप्ताकों का मानक विचलन

निम्नानुसार सूत्र को सरल किया जा सकता है

$\boldsymbol{\sigma}_x = \sqrt{\sum x^2/N}$

$\boldsymbol{\sigma}_y = \sqrt{\sum y^2/N}$

इस प्रकार $\boldsymbol{\sigma}_x$ और $\boldsymbol{\sigma}_y$ के मानों का प्रतिस्थापन करने पर निम्न प्राप्त होता है।

$$r = \frac{\sum xy / N}{\sqrt{\sum x^2/N}\sqrt{\sum y^2/N}}$$

$$= \sum xy / \sqrt{\sum x^2 \sum y^2}$$

आईए इस विधि और उसकी गणना में सम्मिलित प्रत्येक चरण को, एक उदाहरण की सहायता से समझते है।

एक शोधकर्ता आँकड़ा 1 (X) और आँकड़ा 2 (Y) के बीच सम्बन्ध पर अध्ययन करना चाहते थे आँकड़े नीचे दिए गए हैंः

प्रतिभागी (1)	आँकड़ा 1 (X) (2)	आँकड़ा 2 (Y) (3)	x (4)	*y* (5)	*xy* (6)	x^2 (7)	y^2 (8)
1	3	4	0	0	0	0	0
2	2	3	-1	-1	1	1	1
3	4	5	1	1	1	1	1
4	4	5	1	1	1	1	1
5	3	5	0	1	0	0	1
6	2	3	-1	-1	1	1	1
7	2	3	-1	-1	1	1	1
8	3	4	0	0	0	0	0
9	5	5	2	1	2	4	1
10	2	3	-1	-1	1	1	1
	$\Sigma X = 30$	$\Sigma Y = 40$			$\Sigma xy = 8$	$\Sigma x^2 = 10$	$\Sigma y^2 = 8$

चरण 1: पहले X और Y के अंतर्गत प्राप्तांकों को पृथक रूप से जोड लेंगे। इस प्रकार $\sum_x$ और $\sum_y$ प्राप्त हुए जो दूसरे और तीसरे स्तम्भ में देख सकते हैं । N को भी नोट करना है जो इस उदाहरण में 10 है।

चरण 2: अब निम्नानुसार आँकड़ा 1(X) और 2(Y) के माध्यों की गणना की जाती है।

x प्राप्ताकों का माध्य = x=30=30/10=3

y प्राप्ताकों का माध्य = y =40=40/10=4

चरण 3: तीसरे चरण मे, x प्राप्तांकों का उनके माध्य से (जो कि 3 है) विचलन की गणना करेंगे। इसी प्रकार, y प्राप्ताकों का उनके माध्य (अर्थात 4) से विचलन की गणना करेंगे। इन्हे स्तम्भ 4 और 5 में x और y शीर्षकों के नीचे उल्लेखित किया गया है।

चरण 4: इस प्रकार, x और y के अंतर्गत लिखित मान का गुणनफल निकालकर उन्हे स्तम्भ 6 में लिखा जाता है और उनका वर्ग निकाला जाता है; और उन्हे स्तम्भ 7 और 8 x^2 और y^2 शीर्षक के नीचे उल्लेखित किया गया है। और प्राप्ताकों के वर्गों का योग करते हुए $\sum_{xy}, \sum x^2, \sum y^2$ की प्राप्ति होती है।

चरण 5: ''r'' की गणना के लिए निम्नलिखित सूत्र का उपयोग करते हैं।

$r = \sum_{xy} / \sqrt{\sum x^2 \sum y^2}$

$= 0.8/ \sqrt{10} \text{ x } 8$

$= 0.8/ \sqrt{80}$

= 0.8/ 8.94

=0.89

इस प्रकार, उपरोक्त आँकड़ो का सहसंबंध का गुणांक 0.89 है। यह गुणांक आँकड़ो X तथा Y के बीच धनात्मक और उच्च सहसंबंध प्रदर्शित करता है।

विधि–2 द्वितीय विधि के लिए सूत्र नीचे दिया गया है।

$r = N\Sigma XY - \Sigma X \Sigma Y / \sqrt{[N\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2][N\Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2]}$

जहां

X और Y = X और Y का असंसाधित प्राप्तांक

$\sum XY$= X और Y के प्राप्ताकों का गुणा का योग

N= कुल प्राप्ताकों की संख्या

इस विधि में, माध्य से विचलन की गणना नहीं की जाती है। इसके स्थान पर असंसाधित प्राप्ताकों का उपयोग ''r'' की गणना में किया जाता है।

आइए द्वितीय विधि और इसमे संबंधित चरणों को ''r'' की गणना के लिए पहले उपयोग किए गए उदाहरण की सहायता से समझते हैं ।

प्रतिभागी (1)	**आँकड़ा 1 (2)**	**आँकड़ा 2 (3)**	**XY (4)**	**X^2 (5)**	**Y^2 (6)**
1	3	4	12	9	16
2	2	3	6	4	9
3	4	5	20	16	25
4	4	5	20	16	25
5	3	5	15	9	25
6	2	3	6	4	9
7	2	3	6	4	9
8	3	4	12	9	16
9	5	5	25	25	25
10	2	3	6	4	9
	$\Sigma X = 30$	**$\Sigma Y = 40$**	**$\Sigma XY = 128$**	**$\Sigma X^2 = 100$**	**$\Sigma Y^2 = 168$**

चरण 1: स्तंभ 2 और 3 में X और Y के कुल प्राप्तांक की गणना $\sum X$ और $\sum Y$ में प्रद. र्शित है। वर्तमान उदाहरण के संदर्भ में प्राप्त योग 30 और 40 है।

चरण 2: स्तंभ 4 में XY की गणना की गइ है। XY की गणना स्तंभ 3 और 4 को गुणा करके प्राप्त की गई है। प्रतिभागी 1 के लिए गुणा करने पर 12 प्राप्त होते हैं इसी तरह से सभी प्रतिभागीयों के लिए XY की गणना की गई है। और फिर उन्हें जोडकर $\sum XY$ की गणना की गई है।

चरण 3: स्तंभ 5 और 6 में X^2 और Y^2 की गणना की गई है। यह X और Y के वर्ग है। आगे, ΣX^2 और ΣY^2 की गणना की गई है जो की x^2 और y^2 के योग है।

चरण:4 ''r'' गणना के लिए सूत्र का उपयोग करें:

$$r=N\Sigma XY-\Sigma X\Sigma Y/\sqrt{[N\Sigma X^2 -(\Sigma X)^2][N\Sigma Y^2 -(\Sigma Y)^2]}$$

$$= 10 \times 128- (30 \times 40)/ \sqrt{[(10 \times 100- (30)2] [(10 \times 168 - (40)2]}$$

$$= 1280- (1200)/ \sqrt{[1000 - 900] [1680- 1600]}$$

$$= 80/ \sqrt{100 \times 80}$$

$$= 80/ \sqrt{8000}$$

$$= 80/ 89.44$$

$$= 0.89$$

प्राप्त r 0.89 है । यह गुणांक आँकड़ो X तथा Y के बीच धनात्मक और उच्च सहसंबंध प्रदर्शित करता है।

अपनी प्रगति की जांच कीजिए 1

1) पियरसन का गुणन आधूर्ण सहसंबंध ------ के रूप में प्रदर्शित किया जाता है।

2) 'r'' गणना करने के लिए उपयोग किए जाने वाले चर प्रकृति में सतत होते हैं और मापनी के पैमाने ------- और ------- होते है ।

3) पियरसन का गुणन आधूर्ण सहसंबंध की गणना करने की प्रथम विधि का सूत्र है:

....

....

....

....

....

7.3 स्पीयरमैन का कोटी अनुकम सहसंबंध

सहसंबंध गुणांक की गणना के लिए एक और विधि है जिसे स्पीयरमैन की कोटि अनुक्रम विधि कहते हैं। यद्यपि इस विधि का उपयोग तब किया जा सकता है जब प्रांचलिक सांख्यिकी की अभिग्रह पूरी नहीं हो रही हो। यह विधि चार्ल्स स्पीयरमैन के नाम पर है, जिन्हें स्पीयरमैन का कोटी अनुक्रम सहसंबंध के अलावा कारक विश्लेषण और बुद्धिमता के सिद्धांत पर सार्थक कार्य के लिए जाना जाता है।

7.3.1 स्पीयरमैन का कोटी अनुकम सहसंबंध के लिए अभिग्रह

स्पीयरमैन का कोटी अनुक्रम सहसंबंध की परिकल्पनाएं इस प्रकार है।

1) चरों को क्रमसूचक मापनी से मापा जाता है।

2) दोनों चरों में रेखीय संबंध होता है।

3) अवलोकन स्वतंत्र होते है जो दर्शाता है की प्रतिदर्श का चयन यादृच्छिक तौर पर किया गया है।

4) प्राप्तांक युग्म भी स्वतंत्र होते हैं और इनका अन्य युग्मो से किसी भी प्रकार का संबंध नहीं होता है।

7.3.2 स्पीयरमैन का कोटी अनुकम सहसंबंध का उपयोग

1) जब आँकड़ा क्रमसूचक मापनी से मापा जाता है तब इसका उपयोग किया जाता है।

2) प्रतिदर्श का आकार 25–30 से छोटा 25–30 होने पर विशेष रूप से उपयोगी है (मेहंती और मिश्रा, 2016)।

3) अक्सर विशेषताओं का सीधा मापना असंभव होता है इसलिए उन्हें कोटीबद्ध कर गणना की जाती है। स्पीयरमैन का कोटि अनुक्रम सहसंबंध विधि में दोंनों चरों के आँकड़ों के प्राप्तांकों को अलग अलग कोटीबद्ध किया जात है और फिर उनके बीच सहसंबंध की गणना की जाती है ।

4) इसका उपयोग दो मोनोटोनिक चरों के मध्य सहसंबंध का परिमाण का अध्ययन करने के लिए किया जा सकता है। एक संबंध को मोनोटोनिक तब कहा जाता है जब चर निरंतरता के साथ एक दिशात्मक संबंध दर्शाते हैं।

7.3.3 स्पीयरमैन का कोटी अनुकम सहसंबंध की गणना

स्पीयरमैन के कोटी अनुक्रम सहसंबंध की गणना करने के लिए दो मुख्य विधियां हैं जिनके विषय में हम चर्चा करेंगे। बद्ध (दोहराई गई कोटियां) कोटि के बगैर और बद्ध (दोहराई गई कोटियां) कोटी के साथ। जिनका वर्णन इस प्रकार है।

विधि 1 (बद्ध कोटि के बगैर)

प्रथम विधि के लिए सूत्र नीचे दिया गया है

$$p = 1 - [(6\Sigma d^2) / [N (N^2 - 1)]$$

जहां

$\sum d^2$ = अंतर वर्ग (squared) का योग

N = प्रतिभागीयों की संख्या

आइए इस विधि और इसके विभिन्न चरणों को उदाहरण की सहायता से समझते हैं।

शोध शोधकर्ता आँकड़ा 1 (X) और 2 (Y) के मध्य संबंध का अध्ययन करना चाहते है। प्राप्त प्राप्तांक नीचे दिए गए हैं।

प्रति. भागी	आँकड़ा 1 (X)	आँकड़ा 2 (Y)	आँकड़ा 1 के लिए कोटी (R_1)	आँकड़ा 2 के लिए कोटी (R_2)	कोटियों में अंतर (R_1-r_2=|d|)	अंतर का वर्ग (d^2)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1	45	40	9	9	0	0
2	34	33	8	8	0	0
3	23	25	3	3	0	0
4	22	21	2	2	0	0
5	65	60	10	10	0	0
6	33	30	7	5	2	4
7	30	31	5	6	1	1
8	25	32	4	7	3	9
9	32	29	6	4	2	4
10	21	20	1	1	0	0
N= 10						**$\sum d^2$= 18**

चरण 1: सबसे पहले, आँकड़ा 1 (X) और 2 (Y) के प्राप्तांको को अलग–अलग कोटीबद्ध करते है। यह कोटिया स्तंभ 4 और 5 में दर्शायी गई हैं। प्राप्तांको को आरोही या अवरोही तरीके से कोटीबद्ध किया जाता है। उदाहरण के लिए वर्तमान आँकड़ों में सबसे कम मान को कोटी 1 दिया गया है। और सबसे उच्च मान को कोटी 10 दिया गया है। दोनों आँकड़ों को सामान तरीके (आरोही या अवरोही) से कोटीबद्ध किया जाता है।

चरण 2: कोटियों के बीच अंतर की गणना करते हुए उन्हें चिन्हविहिन स़ंख्या के रूप में स्तंभ 6 में लिखा जाता है। गणना का सूत्र है (R_1 –R_2 =IdI) । प्राप्त IdI स्तम्भ 6 के नीच लिखा जाता है। अंतिम स्तम्भ में अंतर वर्ग (d^2) की गणना की जाती है और इनके योग की गणना की जाती है। इस उदहारण में **$\sum d^2$= 18** है।

चरण 3: इस सूत्र के उपयोग द्वारा तेव की गणना की जाती है।

$$P = 1 - [(d\sum d^2)/[N(N^2 -1)]$$

$$= 1- (6*18/10(10^2 -1)$$

$$= 1 – (108)/10(100-1)$$

$$= 1 – 0.11 = 0.89$$

इस प्रकार, उपरोक्त आँकड़ों के लिए सहसंबंध गुणांक p(Rho) = 0.89 प्राप्त होता है। इस विधि से आँकड़ों 1 (X) और 2 (Y) के मध्य धनात्मक और उच्च सहसंबंध है।

विधि 2 (बद्ध कोटी के साथ)

बद्ध (दोहराई गई कोटियां) कोटी के साथ तीव की गणना में उपरोक्त सूत्र का ही उपयोग किया जाता है। केवल हमे यह समझाने की आवश्यकता है की जब आँकड़ों में दो या दो से अधिक समान प्राप्तांक दिए हो तो कोटी को कैसे निर्दि'ट किया जाएगा । आइऐ उदाहरण की सहायता से इस विधि में प्रयुक्त चरणों को समझते हैं।

शोधकर्ता आँकड़ों 1 (X) और 2 (Y) के बीच संबंध का अध्ययन करना चाहते है। प्राप्त आँकड़े नीचे दिए गए हैं।

प्र ति. भागी	**आँकड़ा 1 (X)**	**आँकड़ा 2 (Y)**	**आँकड़ा 1 के लिए कोटी (R_1)**	**आँकड़ा 2 के लिए कोटी (R_2)**	**कोटियों में अंतर (R_1-r_2=|d|)**	**अंतर का वर्ग (d^2)**
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1	45	40	8	7	1	1
2	23@	33	2.5	6	3.5	12.25
3	23@	25	2.5	3	0.5	0.25
4	64	21	9	2	7	49
5	65	60#	10	9	1	1
6	33	60#	7	9	2	4
7	25#	31	4.5	5	0.5	0.25
8	25#	60#	4.5	9	4.5	20.25
9	32	29	6	4	2	4
10	21	20	1	1	0	0
N= 10						**$\sum d^2$= 92**

जैसा की उपरोक्त तालिका में देख सकते हैं, आँकड़ा 1 (X) में कई समान मान है। अर्थात्, प्राप्तांक 23, प्रतिभागी 2 और 3 द्वारा प्राप्त किया गया हैं और प्राप्तांक 25 प्रति. भागी 7 और 8 के द्वारा किया गया हैं। इसी प्रकार, आँकड़ा 2 में प्रतिभागी 5, 6, और 8 ने 60 प्राप्तांक प्राप्त किया है। ऐसी स्थिति में कोटि का निर्धारण अलग विधि से किया जाता है। जैसा की उपरोक्त तालिका में देखा जा सकता है प्राप्तांक 21 के लिए कोटी 1 निर्धारित है और ''23'' के दो प्राप्तांक है जिन्हे सामान रूप से कोटि 2 और 3 देने होंगे । इसलिए 2+3 =5/2 = 2.5 । इस प्रकार दोनों प्राप्तांक के लिए कोटि 2.5 आवंटित की गई है और अगले प्राप्तांक के लिए कोटि 4 आवंटित की गई है। वर्तमान उदाहरण में कोटि 4 और 5 को प्राप्तांक 25 ने समान रूप से साझा किया है जो की प्रतिभागी 7 और 8 ने प्राप्त किया है। इसलिए 4+5 = 9/2 (क्योंकि यहाँ दो समान प्राप्तांक है) = 4.5। इसलिए

दो प्राप्तांकों को 4.5 आवंटित किया गया है और अगला प्राप्तांक 32 है जिसके लिए कोटि 6 निर्धारित की गई है।

आँकड़ा 2 (Y) में, प्राप्तांक 60 ने कोटि 8, 9 और 10 को समान रूप मे साझा किया है जो की प्रतिभागी 5, 6 और 8 ने प्राप्त किये है । इसलिए 8+9+10 = 27/3 (क्योंकि तीन समान प्राप्तांक है) =9 । इसलिए अंक 60 के लिए कोटि 9 प्रदान की गई है।

सूत्र का उपयोग करते हुए *p(*Rho) की गणना निम्नानुसार की जाएगी।

p= **1 - [(6∑d²)/[N(N² -1)]**

= 1- (6x92/10(10² -1)

= 1 – (552)/10(99)

= 1 – 0.56

= 0.44

इस प्रकार उपरोक्त आँकड़ों का सहसंबंध गुणांक 0.44 है जो दर्शाते हैं की आँकड़ों 1 (X) और 2 (Y) के मध्य धनात्मक सहसंबंध हैं।

अपनी प्रगति की जांच कीजिए 2

1) स्पीयरमैन तिव में चरों की मापन .... मापनी से कीया जाता है।

2) एक संबंध को मोनोटोनिक कब कहा जाता है ?

....

....

....

....

....

3) स्पीयरमैन तिव की गणना का सूत्र हैः

....

....

....

....

....

7.4 सारां'ा

वर्तमान इकाई में, हमने सहसंबंध गुणांक की गणना के लिए मुख्य रूप से दो विधियों की चर्चा की है। प्रथम विधि पियरसन का गुणन आधूर्ण सहसंबंध और दूसरी विधि स्पीयरमैन कोटि अनुक्रम सहसंबंध है। पियरसन का गुणन आधूर्ण सहसंबंध एक विधि है जो सहसंबंध गुणांक की गणना करती है। यह मुख्यतः तब उपयोगी है जब प्राचलिक सांख्यिकी के अभीग्रह पूरे होते है। इस विधि का नाम कार्ल पियरसन के नाम पर है जिन्होंने इस विधि

का अविष्कार किया था। इसे अक्षर 'r' से प्रदर्शित किया जाता है। स्पीयरमैन के कोटि अनुक्रम सहसंबंध का उपयोग तब किया जाता है जब प्राचलिक संख्यिाकी के अभीग्रह पूरे नहीं होते हैं। इस विधि को चार्ल्स स्पीयरमैन ने दिया जो की कारक विश्लेषण और बुद्धिमत्ता के सिद्धांत पर किए गए महत्वपूर्ण कार्यों के लिए जाने जाते हैं। इस विधि के उपयोग और अभीग्रहों पर चर्चा की गई है। उदाहरणों की सहायता से दोनों विधियों के लिए प्रयुक्त सूत्र और गणना का वर्णन किया गया है।

7.5 संदर्भ

Mangal, S. K. (2002). *Statistics in Psychology and Education*. New Delhi: Phi Learning Private Limited.

Mohanty, B and Misra, S. (2016). *Statistics for Behavioural and Social Sciences*. Delhi: Sage.

Veeraraghavan, V and Shetgovekar, S. (2016). *Textbook of Parametric and Non-parametric Statistics*. Delhi: Sage.

7.6 आपनी प्रगति की जाँच कीजिए के उत्तर

अपनी प्रगति की जांच कीजिए 1

1) पियरसन का गुणन आधूर्ण सहसंबंध <u>r</u> के रूप में प्रदर्शित किया जाता है।

2) 'r'' गणना करने के लिए उपयोग किए जाने वाले चर प्रकृति में सतत होते हैं और मापनी के पैमाने <u>अंतराल</u> और <u>अनुपात</u> होते है ।

3) पियरसन का गुणन आधूर्ण सहसंबंध की गणना करने की प्रथम विधि का सूत्र हैः

   $r_{xy} = \sum xy / N\, \boldsymbol{\sigma}_x\, \boldsymbol{\sigma}_y$

अपनी प्रगति की जांच कीजिए 2

1) स्पीयरमैन Rho में चरों का मापन <u>क्रमसूचक</u> मापनी से किया जाता है है

2) एक संबंध को कब मोनोटोनिक कहा जाता है ?

   एक संबंध को मोनोटोनिक तब कहा जाता है जब चर निरंतरता के साथ एक दिशा. त्मक संबंध दर्शाते हैं।

3) स्पीयरमैन तिव की गणना का सूत्र हैः

   $$\boldsymbol{p = 1 - [(6\Sigma d^2) / [N (N^2 - 1)]}$$

7.7 इकाई अंत प्रश्न

1) प्राचलिक और अप्राचल सांख्यिकी के बीच के अंतर के बारें में बताएं।
2) पियरसन का गुणन आघूर्ण सहसंबंध के अभिग्रह पर चर्चा कीजिए ।
3) पियरसन का गुणन आघूर्ण सहसंबंध के उपयोग का वर्णन कीजिए ।
4) स्पीयरमैन का कोटी अनुक्रम सहसंबंध के अभिग्रह पर चर्चा कीजिए ।
5) स्पीयरमैन का कोटी अनुक्रम सहसंबंध की गणना के चरणों का उदाहरण के साथ वर्णन कीजिए।